

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)  
Matematică**

Testul 2

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $\left(7 - 7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{6}{41} = 1$ .
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 6$  cu graficul funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 6 - x$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_7(3x - 2) = 1$ .
- 5p 4. După o ieftinire cu 12%, o tabletă grafică costă 264 de lei. Determinați prețul inițial al tabletei.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $M(2,3)$  și  $T(6,5)$ . Determinați coordonatele punctului  $A$ , știind că  $A$  este mijlocul segmentului  $MT$ .
- 5p 6. Arătați că  $\cos 60^\circ \cdot \sin 60^\circ + \sin 90^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ = 1$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 3a+2 \\ a & 3a \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = 4$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A(4) = B \cdot B + 2 \cdot C$ .
- 5p c) Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $\det(A(n) + B) = 4$ .
2. Pe mulțimea  $M = (0, +\infty)$  se definește legea de compoziție  $x * y = \frac{3xy + 1}{x + y}$ .
- 5p a) Arătați că  $1 * 1 = 2$ .
- 5p b) Calculați  $((1 * 2) * 3) - (1 * (2 * 3))$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x \in M$  pentru care  $x * x = 2$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{3}{5}x^5 + \frac{3}{4}x^4 - 2x^3 - 1$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 3x^2(x-1)(x+2)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x=0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că funcția  $f$  este descrescătoare pe intervalul  $[-2, 1]$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x(x^2 - 1) + 3$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_{-1}^1 (f(x) + x - 3) dx = 0$ .

**5p** b) Calculați  $\int_0^1 (f(x) - x^3 - 3)e^x dx$ .

**5p** c) Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 0$ , știind că  $\int_0^1 f(x) dx = -a^2 + 5$ .

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**  
**Matematică**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Testul 2

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$\log_3 6 + \log_3 2 - \log_3 4 = \log_3 \frac{6 \cdot 2}{4} =$ $= \log_3 3 = 1$	3p 2p
2.	$f(m) = 3m - 4$ $f(m) = m \Leftrightarrow 3m - 4 = m \Leftrightarrow m = 2$	2p 3p
3.	$2^{2x} = 2^{x^2-3} \Leftrightarrow 2x = x^2 - 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ $x = -1$ sau $x = 3$	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele care au suma cifrelor egală cu 9 sunt: 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81 și 90, deci sunt 9 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$	2p 2p 1p
5.	$B$ este mijlocul segmentului $AM$ , deci $1 = \frac{-3 + x_M}{2}$ și $3 = \frac{5 + y_M}{2}$ $x_M = 5$ , $y_M = 1$	3p 2p
6.	$(\cos 120^\circ - \sin 30^\circ)^2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 = 1$ $\cos^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$ , deci $(\cos 120^\circ - \sin 30^\circ)^2 = \cos^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	$4 * 2021 = 4 \cdot 2021 - 4(4 + 2021) + 20 =$ $= -16 + 20 = 4$	3p 2p
2.	$x * y = xy - 4(x + y) + 20 = yx - 4(y + x) + 20 =$ $= y * x$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ , deci legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă	3p 2p
3.	$x * y = xy - 4x - 4y + 16 + 4 =$ $= x(y - 4) - 4(y - 4) + 4 = (x - 4)(y - 4) + 4$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	3p 2p
4.	$(x - 4)(x - 8) + 4 = x \Leftrightarrow (x - 4)(x - 9) = 0$ $x = 4$ sau $x = 9$	3p 2p
5.	Cum $x \geq 6$ și $y \geq 6$ , obținem $x - 4 \geq 2$ și $y - 4 \geq 2$ , deci $(x - 4)(y - 4) \geq 4$ $(x - 4)(y - 4) + 4 \geq 8 \Rightarrow x * y \geq 8$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ , cu $x \geq 6$ și $y \geq 6$	3p 2p
6.	$x * 4 = 4$ , $4 * y = 4$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ $1^2 * 2^2 * 3^2 * \dots * 2021^2 = (1^2 * 4) * (3^2 * 4^2 * \dots * 2021^2) = 4 * (3^2 * 4^2 * \dots * 2021^2) = 4$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = -2 \cdot 0 - 1 \cdot 3 =$ $= 0 - 3 = -3$	3p 2p
2.	$M(6) = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \text{ deci } A + M(6) = \begin{pmatrix} -2+6 & 1+3 \\ 3+1 & 0+4 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	3p 2p
3.	$\det(M(x)) = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 1 & x-2 \end{vmatrix} = x(x-2) - 3 =$ $= x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3), \text{ pentru orice număr real } x$	3p 2p
4.	$A + M(2) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + M(2)) = -16$ $9 - a^2 = -16 \Leftrightarrow a^2 = 25, \text{ de unde obținem } a = -5 \text{ sau } a = 5$	2p 3p
5.	$M(x) \cdot M(x) = \begin{pmatrix} x^2 + 3 & 6x - 6 \\ 2x - 2 & x^2 - 4x + 7 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}, 4I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x^2 + 3 & 6x - 6 \\ 2x - 2 & x^2 - 4x + 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } x = 1, \text{ care convine}$	2p 3p
6.	$M(n) + M(n+1) + M(n+2) = \begin{pmatrix} 3n+3 & 9 \\ 3 & 3n-3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3n+3 & 9 \\ 3 & 3n-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 2022 & 9 \\ 3 & 3 \cdot 2020 \end{pmatrix}, \text{ deci } n = 2021, \text{ care convine}$	2p 3p