Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=\frac{1}{2}$ și $a_4=5$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+a-2$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(1)+f(-2)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1+\log_6(2x+6)=3$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să poată fi scris sub forma n^3, unde n este număr natural.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(0,6)$, $C(4,2)$ și punctul D, mijlocul segmentului BC. Determinați ecuația dreptei AD.

5p **6.** Calculați $2\sin 30°\cos 60°-\cos 120°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=\frac{(x-1)(y-1)}{2}+1$.

5p **1.** Arătați că $2*(-5)=-2$.

5p **2.** Verificați dacă $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **3.** Determinați numărul real a pentru care $a*5=3$.

5p **4.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x*(1-x)\geq -5$.

5p **5.** Arătați că există o infinitate de numere naturale n pentru care numărul $N=\left(\sqrt{n}+1\right)*\left(\sqrt{n}+1\right)$ este natural par.

5p **6.** Determinați tripletele (m,n,p) de numere naturale, cu $m<n<p$, pentru care $m*n*p=8$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(n)=\underbrace{A\cdot A\cdot\ldots\cdot A}_{\text{de } n \text{ ori A}}$, unde n este număr natural nenul.

5p **1.** Arătați că $\det A=4$.

5p **2.** Arătați că $\det(A+xI_2)\geq 3$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Arătați că există un număr real a, astfel încât $B(3)=aI_2$.

5p **4.** Determinați numerele reale m pentru care $\det(2mA+I_2)+2m\det(A-I_2)=0$.

5p **5.** Se consideră matricea $M=\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot M=M\cdot A$. Arătați că $x+y+3z-t=0$.

5p **6.** Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n, matricea $B(6n)$ are toate elementele numere naturale.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$5=\frac{1}{2}+3r \Leftrightarrow r=\frac{3}{2}$, unde r este rația progresiei	**2p**
	$a_1+a_2+a_3=3a_1+3r=6$	**3p**
2.	$f(1)=2a-2$, $f(-2)=-a-2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$2a-2-a-2=0$, deci $a=4$	**3p**
3.	$\log_6(2x+6)=2 \Rightarrow 2x+6=6^2$	**3p**
	$2x+6=36 \Rightarrow x=15$, care convine	**2p**
4.	Sunt 10 de numere naturale de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	Sunt 3 numere naturale de o cifră care pot fi scrise sub forma n^3, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{10}$	**1p**
5.	$D(2,4)$	**2p**
	Ecuația dreptei AD este $y=x+2$	**3p**
6.	$\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$, $\cos 120°=-\frac{1}{2}$	**3p**
	$2\sin 30° \cos 60°-\cos 120°=2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2*(-5)=\frac{(2-1)(-5-1)}{2}+1=$	**3p**
	$=-3+1=-2$	**2p**
2.	$x*3=\frac{(x-1)(3-1)}{2}+1=x-1+1=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3*x=\frac{(3-1)(x-1)}{2}+1=x-1+1=x$, pentru orice număr real x, deci $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
3.	$a*5=2(a-1)+1=2a-1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$2a-1=3$, deci $a=2$	**2p**
4.	$x*(1-x)=\frac{-x^2+x+2}{2}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{-x^2+x+2}{2}\geq -5 \Leftrightarrow -x^2+x+12\geq 0$, de unde obținem $x\in[-3,4]$	**3p**

5.	$N=\left(\sqrt{n}+1\right)*\left(\sqrt{n}+1\right)=\frac{n}{2}+1$, pentru orice număr natural n	**2p**
	De exemplu, pentru $n=4k+2$, unde $k\in\mathbb{N}$, obținem că $N=2(k+1)$, care este număr natural par	**3p**
6.	$m*n*p=\frac{(m-1)(n-1)(p-1)}{4}+1$, pentru orice numere naturale m, n și p	**3p**
	$\frac{(m-1)(n-1)(p-1)}{4}+1=8\Leftrightarrow(m-1)(n-1)(p-1)=28$ și, cum m, n și p sunt numere naturale, cu $m<n<p$, obținem tripletele $(2,5,8)$ și $(2,3,15)$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 3\\ -1 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-(-1)\cdot 3=$	**3p**
	$=1+3=4$	**2p**
2.	$A+xI_2=\begin{pmatrix}1+x & 3\\ -1 & 1+x\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A+xI_2)=\begin{vmatrix}1+x & 3\\ -1 & 1+x\end{vmatrix}=(1+x)(1+x)-3\cdot(-1)=$	**3p**
	$=(1+x)^2+3\geq 3$, pentru orice număr real x	**2p**
3.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & 6\\ -2 & -2\end{pmatrix}$, $B(3)=(A\cdot A)\cdot A=\begin{pmatrix}-8 & 0\\ 0 & -8\end{pmatrix}=-8I_2$	**3p**
	$-8I_2=aI_2$, de unde obținem $a=-8$	**2p**
4.	$\det(2mA+I_2)=\begin{vmatrix}2m+1 & 6m\\ -2m & 2m+1\end{vmatrix}=16m^2+4m+1$ și $2m\det(A-I_2)=6m$, pentru orice număr real m	**3p**
	$16m^2+10m+1=0$, de unde obținem $m=-\frac{1}{2}$ sau $m=-\frac{1}{8}$	**2p**
5.	$A\cdot M=\begin{pmatrix}x+3z & y+3t\\ -x+z & -y+t\end{pmatrix}$, $M\cdot A=\begin{pmatrix}x-y & 3x+y\\ z-t & 3z+t\end{pmatrix}$, unde x, y, z și t sunt numere reale	**2p**
	$A\cdot M=M\cdot A\Rightarrow 3z=-y$ și $t=x$, de unde obținem $x+y+3z-t=x+y-y-x=0$	**3p**
6.	$B(3)=-8I_2$, deci $B(6n)=\underbrace{A\cdot A\cdot A\cdot\ldots\cdot A\cdot A\cdot A}_{\text{de } 6n \text{ ori } A}=\underbrace{B(3)\cdot B(3)\cdot\ldots\cdot B(3)}_{\text{de } 2n \text{ ori } B(3)}=(-8)^{2n}I_2$, unde n este număr natural nenul	**3p**
	$B(6n)=64^nI_2$, deci $B(6n)$ are toate elementele numere naturale, pentru orice număr natural nenul n	**2p**