

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{2} \cdot (3 + \sqrt{2}) - \sqrt{18} = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x + 7$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = g(a)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4 + 2x} = 4$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule de o cifră, numărul n să fie divizor al numărului 18.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 2)$ și $B(3, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul A aparține dreptei OB .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu $BC = 4$ și măsura unghiului C de două ori mai mare decât măsura unghiului B . Determinați lungimea laturii AC a triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3x + 3y - 3xy - 2$.

- 5p 1. Arătați că $1 * 2 = 1$.
- 5p 2. Arătați că $x * y = 1 - 3(x - 1)(y - 1)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $e = \frac{2}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*“.
- 5p 4. Determinați numărul real x pentru care $(2 - x) * 2 = 2 + x$.
- 5p 5. Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m * n = 19$.
- 5p 6. Determinați numerele reale a pentru care $(a * 1) + (a * 2) + (a * 3) = 3a^2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x-2 & -x \\ -2x & 4x-2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det A = 2$.
- 5p 2. Arătați că $xA - 2I_2 = B(x)$, pentru orice număr real x .
- 5p 3. Arătați că $A \cdot A = B(5)$.
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $\det(B(x)) = 4$.
- 5p 5. Arătați că $B(xy) - xB(y) = 2(x-1)I_2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 6. Determinați numărul real x pentru care $B(6^x) - 2^x B(3^x) = 6I_2$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{2} \cdot (3 + \sqrt{2}) - \sqrt{18} = 3\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{18} =$ $= 3\sqrt{2} + 2 - 3\sqrt{2} = 2$	2p 3p
2.	$a + 1 = 3a + 7$ $a = -3$	3p 2p
3.	$4 + 2x = 16$ $x = 6$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale nenule de o cifră are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile Divizorii numărului 18, din mulțimea numerelor naturale nenule de o cifră, sunt 1, 2, 3, 6 și 9, deci sunt 5 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{5}{9}$	2p 2p 1p
5.	$A \in OB \Rightarrow m_{AO} = m_{OB}$ $-2 = \frac{a}{3}$, deci $a = -6$	2p 3p
6.	$\triangle ABC$ este dreptunghic în A și măsura unghiului C de două ori mai mare decât măsura unghiului B , deci $\sphericalangle B = 30^\circ$ $AC = \frac{BC}{2}$, de unde obținem $AC = 2$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$1 * 2 = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - 3 \cdot 1 \cdot 2 - 2 =$ $= 3 - 2 = 1$	3p 2p
2.	$x * y = 1 - 3xy + 3x + 3y - 3 =$ $= 1 - 3x(y - 1) + 3(y - 1) = 1 - 3(x - 1)(y - 1)$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
3.	$x * \frac{2}{3} = 1 - 3(x - 1)\left(\frac{2}{3} - 1\right) = 1 + x - 1 = x$, pentru orice număr real x $\frac{2}{3} * x = 1 - 3\left(\frac{2}{3} - 1\right)(x - 1) = 1 + x - 1 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = \frac{2}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	2p 3p
4.	$(2 - x) * 2 = 3x - 2$, pentru orice număr real x $3x - 2 = 2 + x$, de unde obținem $x = 2$	3p 2p
5.	$1 - 3(m - 1)(n - 1) = 19 \Leftrightarrow (m - 1)(n - 1) = -6$, unde m și n sunt numere naturale m și n sunt numere naturale, deci $m - 1 \geq -1$ și $n - 1 \geq -1$, de unde obținem $(0, 7)$ și $(7, 0)$	2p 3p

6.	$a * 1 = 1, a * 2 = 4 - 3a, a * 3 = 7 - 6a$, deci $(a * 1) + (a * 2) + (a * 3) = 12 - 9a$, pentru orice număr real a	3p
	$12 - 9a = 3a^2 \Leftrightarrow a^2 + 3a - 4 = 0$, de unde obținem $a = -4$ sau $a = 1$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - (-1) \cdot (-2) =$	3p
	$= 4 - 2 = 2$	2p
2.	$x A - 2I_2 = \begin{pmatrix} x & -x \\ -2x & 4x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$	3p
	$= \begin{pmatrix} x-2 & -x \\ -2x & 4x-2 \end{pmatrix} = B(x)$, pentru orice număr real x	2p
3.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -10 & 18 \end{pmatrix}$	3p
	$B(5) = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -10 & 18 \end{pmatrix}$, deci $A \cdot A = B(5)$	2p
4.	$\det(B(x)) = 2x^2 - 10x + 4$, pentru orice număr real x	3p
	$2x^2 - 10x + 4 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x = 0$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = 5$	2p
5.	$B(xy) - xB(y) = xyA - 2I_2 - x(yA - 2I_2) = xyA - 2I_2 - xyA + 2xI_2 =$	3p
	$= 2xI_2 - 2I_2 = 2(x-1)I_2$, pentru orice numere reale x și y	2p
6.	$B(2^x \cdot 3^x) - 2^x B(3^x) = 2(2^x - 1)I_2$, pentru orice număr real x	3p
	$2(2^x - 1) = 6$, de unde obținem $x = 2$	2p