

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$, cu $a_1 = 2$ și $a_3 = 14$. Calculați termenul a_2 .
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{3-x} = 49^x$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$, numărul $n + 2$ să fie impar.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, -3)$, $B(3, 1)$ și $C(a, 0)$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care $AB = AC$.
- 5p** 6. Arătați că $(1 + \sin 30^\circ) \cdot \cos^2 45^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 4x + 4y - 3$.

- 5p** 1. Arătați că $0 * 3 = 9$.
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Determinați numărul real x pentru care $(-3) * x = 9$.
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $(-x) * (2x) = x^2$.
- 5p** 5. Determinați numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 1$.
- 5p** 6. Determinați numărul real x , știind că scăzând x din numărul $x * \left(\frac{x}{2} * \frac{x}{4}\right)$, se obține numărul cu 1 mai mic decât x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x+2 \\ x-2 & -2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det A = 5$.
- 5p** 2. Arătați că $2B(1) - A = 3I_2$.
- 5p** 3. Arătați că $B(1) \cdot B(3) - 3I_2 = 2B(0)$.
- 5p** 4. Arătați că $B(x) \cdot B(x) = x^2 I_2$, pentru orice număr real x .
- 5p** 5. Determinați numărul real x pentru care $\det(B(x)) = \det(B(x+1))$.
- 5p** 6. Determinați numărul natural n pentru care $B(3) \cdot B(3) + B(4) \cdot B(4) = B(n) \cdot B(n)$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} = \frac{2 + 14}{2} = 8$	3p 2p
2.	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$ Abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox sunt $x = 0$ și $x = 2$	3p 2p
3.	$7^{3-x} = 7^{2x} \Leftrightarrow 3 - x = 2x$ $x = 1$	3p 2p
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile Numerele n din mulțimea A pentru care numărul $n + 2$ este impar sunt 1, 3, 5, 7 și 9, deci sunt 5 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{5}{9}$	2p 2p 1p
5.	$AB = AC \Leftrightarrow \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{a^2 + 3^2}$ $a^2 = 4^2$, de unde obținem $a = -4$ sau $a = 4$	2p 3p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $(1 + \sin 30^\circ) \cdot \cos^2 45^\circ + \cos^2 60^\circ = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$0 * 3 = 4 \cdot 0 + 4 \cdot 3 - 3 = 12 - 3 = 9$	3p 2p
2.	$x * y = 4x + 4y - 3 = 4y + 4x - 3 = y * x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă	3p 2p
3.	$(-3) * x = 4x - 15$, pentru orice număr real x $4x - 15 = 9$, de unde obținem $x = 6$	3p 2p
4.	$(-x) * (2x) = 4x - 3$, pentru orice număr real x $4x - 3 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$, de unde obținem $x = 1$ sau $x = 3$	2p 3p
5.	$2^x * 2^x = 8 \cdot 2^x - 3$, pentru orice număr real x $8 \cdot 2^x - 3 = 1 \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{2}$, de unde obținem $x = -1$	2p 3p
6.	$\frac{x}{2} * \frac{x}{4} = 3x - 3$, $x * \left(\frac{x}{2} * \frac{x}{4}\right) = 16x - 15$, pentru orice număr real x $16x - 15 - x = x - 1$, de unde obținem $x = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -7 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-7) - 6 \cdot (-2) =$ $= -7 + 12 = 5$	<p>3p</p> <p>2p</p>
2.	$B(1) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow 2B(1) - A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} =$ $= 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 3I_2$	<p>3p</p> <p>2p</p>
3.	$B(3) = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow B(1) \cdot B(3) = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$ $B(1) \cdot B(3) - 3I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -4 & -4 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = 2B(0)$	<p>3p</p> <p>2p</p>
4.	$B(x) \cdot B(x) = \begin{pmatrix} 4 + (x^2 - 4) & 2(x+2) - 2(x+2) \\ 2(x-2) - 2(x-2) & (x^2 - 4) + 4 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} x^2 & 0 \\ 0 & x^2 \end{pmatrix} = x^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = x^2 I_2, \text{ pentru orice număr real } x$	<p>3p</p> <p>2p</p>
5.	$\det(B(x)) = -x^2 \text{ și } \det(B(x+1)) = -(x+1)^2, \text{ pentru orice număr real } x$ $-x^2 = -(x+1)^2 \Leftrightarrow 2x+1=0, \text{ de unde obținem } x = -\frac{1}{2}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
6.	$B(3) \cdot B(3) = 3^2 I_2, B(4) \cdot B(4) = 4^2 I_2 \text{ și } B(n) \cdot B(n) = n^2 I_2, \text{ unde } n \text{ este număr natural}$ $25 I_2 = n^2 I_2, \text{ deci } n^2 = 25 \text{ și, cum } n \text{ este număr natural, obținem } n = 5$	<p>3p</p> <p>2p</p>