Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)=3$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n)<0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2-1\right)=1$.

5p **4.** După o scumpire cu 20%, prețul unui obiect este 660 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.

5p **5.** Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $M(2,0)$ și este paralelă cu dreapta d de ecuație $y=3x$.

5p **6.** Calculați aria rombului $ABCD$, știind că $AC=2\sqrt{5}$ și $BD=4$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=3xy+7(x+y)+14$.

5p **1.** Arătați că $(-3)*3=-13$.

5p **2.** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **3.** Arătați că $x*y=3\left(x+\frac{7}{3}\right)\left(y+\frac{7}{3}\right)-\frac{7}{3}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $x*x=x$.

5p **5.** Arătați că $x*\frac{1}{x}\geq 31$, pentru orice număr real x, $x>0$.

5p **6.** Determinați numărul real x pentru care $3^x*3^x=83$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}3 & a\\ a & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det(A(1))=8$.

5p **2.** Arătați că $A(0)\cdot A(2020)=3A(2020)$.

5p **3.** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a))=-16$.

5p **4.** Arătați că $A(1)+A(2)+\ldots+A(10)=10A\left(\frac{11}{2}\right)$.

5p **5.** Determinați numărul natural m pentru care matricea $B=A(m)+A\left(m^2\right)$ **nu** este inversabilă.

5p **6.** Determinați perechile de numere întregi (a,b) pentru care suma elementelor matricei $A(a)\cdot A(b)$ este egală cu 2.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{2}=$	**3p**
	$=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=3$	**2p**
2.	$f(n)=n-2$, deci $n-2<0$	**2p**
	$n<2$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**3p**
3.	$x^2-1=3\Rightarrow x^2-4=0$	**3p**
	$x=-2$ sau $x=2$, care convin	**2p**
4.	$x+\frac{20}{100}\cdot x=660$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire	**3p**
	$x=550$ de lei	**2p**
5.	Panta unei drepte paralele cu dreapta d este egală cu 3	**2p**
	Ecuația dreptei care trece prin M și este paralelă cu dreapta d este $y-0=3(x-2)$, deci $y=3x-6$	**3p**
6.	$\mathcal{A}_{ABCD}=\frac{AC\cdot BD}{2}=$	**2p**
	$=\frac{2\sqrt{5}\cdot 4}{2}=4\sqrt{5}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-3)*3=3\cdot(-3)\cdot 3+7\cdot((-3)+3)+14=$	**3p**
	$=-27+14=-13$	**2p**
2.	$x*y=3xy+7(x+y)+14=3yx+7(y+x)+14=$	**3p**
	$=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$*$” este comutativă	**2p**
3.	$x*y=3xy+7x+7y+14=3xy+7x+7y+\frac{49}{3}-\frac{7}{3}=$	**3p**
	$=3x\left(y+\frac{7}{3}\right)+7\left(y+\frac{7}{3}\right)-\frac{7}{3}=3\left(x+\frac{7}{3}\right)\left(y+\frac{7}{3}\right)-\frac{7}{3}$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
4.	$x*x=3\left(x+\frac{7}{3}\right)^2-\frac{7}{3}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3\left(x+\frac{7}{3}\right)^2-\frac{7}{3}=x\Leftrightarrow\left(x+\frac{7}{3}\right)(3x+6)=0$, deci $x=-\frac{7}{3}$ sau $x=-2$	**3p**

5.	$x * \frac{1}{x} \geq 31 \Leftrightarrow 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 14 \geq 31 \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$	**3p**
	$x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{x} \geq 0$, adevărat pentru orice număr real x, $x > 0$	**2p**
6.	$3\left(3^x + \frac{7}{3}\right)^2 - \frac{7}{3} = 83 \Leftrightarrow \left(3^x + \frac{7}{3}\right)^2 = \frac{256}{9}$	**2p**
	Cum $3^x > 0$, obținem $3^x + \frac{7}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow 3^x = 3$, deci $x = 1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - 1 \cdot 1 =$	**3p**
	$= 9 - 1 = 8$	**2p**
2.	$A(0) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3I_2$	**2p**
	$A(0) \cdot A(2020) = 3I_2 \cdot A(2020) = 3A(2020)$	**3p**
3.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 3 & a \\ a & 3 \end{vmatrix} = 9 - a^2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$9 - a^2 = -16 \Leftrightarrow a^2 - 25 = 0$, de unde obținem $a = -5$ sau $a = 5$	**3p**
4.	$A(1) + A(2) + \ldots + A(10) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \ldots + \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 10 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 10 & 1 + 2 + \ldots + 10 \\ 1 + 2 + \ldots + 10 & 3 \cdot 10 \end{pmatrix} =$	**2p**
	$= \begin{pmatrix} 30 & 55 \\ 55 & 30 \end{pmatrix} = 10\begin{pmatrix} 3 & \frac{11}{2} \\ \frac{11}{2} & 3 \end{pmatrix} = 10A\left(\frac{11}{2}\right)$	**3p**
5.	$B = A(m) + A(m^2) = \begin{pmatrix} 6 & m + m^2 \\ m + m^2 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \det B = 36 - (m + m^2)^2$, pentru orice număr natural m	**2p**
	Matricea B nu este inversabilă $\Leftrightarrow \det B = 0$, deci $(m + m^2)^2 = 36$ şi, cum m este număr natural, obținem $m = 2$	**3p**
6.	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 9 + ab & 3b + 3a \\ 3a + 3b & ab + 9 \end{pmatrix}$, deci $2(9 + ab) + 6(a + b) = 2 \Leftrightarrow ab + 3a + 3b + 9 = 1$	**2p**
	$(a + 3)(b + 3) = 1$ și, cum a şi b sunt numere întregi, obținem $(-2, -2)$ sau $(-4, -4)$	**3p**