

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică

Testul 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1}\right) = 3$.
- 5p** 2. Determinați numerele naturale m pentru care funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - m$ verifică relația $f(1) \geq 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\log_2 x = \log_2(3x + 4)$.
- 5p** 4. După o scumpire cu 10% prețul unui obiect este 440 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p** 5. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $M(1,2)$ și este paralelă cu dreapta d de ecuație $y = x + 2$.
- 5p** 6. Calculați perimetrul triunghiului echilateral ABC , știind că înălțimea AD este de lungime $3\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 2(x + y) + 6$.

- 5p** 1. Arătați că $(-2) * 2 = 2$.
- 5p** 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Demonstrați că $x * y = (x - 2)(y - 2) + 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $(x + 1) * x = 4$.
- 5p** 5. Determinați numerele reale x pentru care $2^{2x} * 2^{-x} = 2$.
- 5p** 6. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $(x - 1) * x \leq 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det(A(a)) = 9$, pentru orice număr real a .
- 5p** 2. Arătați că $A(0) \cdot A(2021) = 3A(2021)$.
- 5p** 3. Arătați că $A(a - 1) + A(a + 1) = 2A(a)$, pentru orice număr real a .
- 5p** 4. Determinați numerele naturale nenule m și n pentru care $A(m) \cdot A(n) = 3A(3)$.
- 5p** 5. Determinați numărul real a pentru care $A(a^2) - 2A(a) + A(1) = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** 6. Determinați numărul matricelor $A(k)$, unde k este număr întreg și $\det(k \cdot A(k)) \leq 36$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} \right) = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{2} =$ $= \sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = 3$	3p 2p
2.	$f(1) = 1 - m$, deci $1 - m \geq 0$ $m \leq 1$ și, cum m este număr natural, obținem $m = 0$ sau $m = 1$	2p 3p
3.	$\log_2 x^2 = \log_2(3x+4) \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$ $x = -1$, care nu convine sau $x = 4$, care convine	3p 2p
4.	$x + \frac{10}{100} \cdot x = 440$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire $x = 400$ lei	3p 2p
5.	Panta dreptei $d: y = x + 2$ este $m_d = 1$ Ecuația dreptei care trece prin punctul $M(1,2)$ și este paralelă cu dreapta d este $y = x + 1$	2p 3p
6.	$AD = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 3\sqrt{3} = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 6$ $P_{\triangle ABC} = 3 \cdot AB = 3 \cdot 6 = 18$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-2) * 2 = -2 \cdot 2 - 2(-2+2) + 4 + 2 =$ $= -4 - 2 \cdot 0 + 6 = 2$	3p 2p
2.	$x * y = xy - 2(x+y) + 6 = yx - 2(y+x) + 6 =$ $= y * x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă	3p 2p
3.	$x * y = xy - 2x - 2y + 6 =$ $= x(y-2) - 2(y-2) + 2 = (x-2)(y-2) + 2$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
4.	$(x+1-2)(x-2) + 2 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$ $x = 0$ sau $x = 3$	3p 2p
5.	$(2^{2x} - 2)(2^x - 2) + 2 = 2 \Leftrightarrow 2^{2x} - 2 = 0$ sau $2^x - 2 = 0$ $x = \frac{1}{2}$ sau $x = 1$	3p 2p
6.	$(x-1) * x \leq 2 \Leftrightarrow (x-3)(x-2) \leq 0$ $x \in [2, 3]$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 3 & a \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - 0 \cdot a =$ $= 9 - 0 = 9, \text{ pentru orice număr real } a$	3p
2.	$A(0) \cdot A(2021) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2021 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2021 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} =$ $= 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2021 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3 \cdot A(2021)$	2p 3p
3.	$A(a-1) + A(a+1) = \begin{pmatrix} 3 & a-1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & a+1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2a \\ 0 & 6 \end{pmatrix} =,$ $= 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & a \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 2 \cdot A(a), \text{ pentru orice număr real } a$	3p 2p
4.	$A(m) \cdot A(n) = \begin{pmatrix} 9 & 3(n+m) \\ 0 & 9 \end{pmatrix}, 3A(3) = \begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}, \text{ deci } n+m=3$ <p>Cum m și n sunt numere naturale nenule, obținem $n=1, m=2$ sau $n=2, m=1$</p>	3p 2p
5.	$\begin{pmatrix} 3 & a^2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & a \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 = 0$ $a = 1$	2p 3p
6.	$\det(k \cdot A(k)) \leq 36 \Leftrightarrow 9k^2 \leq 36$ <p>Cum k este număr întreg, obținem $k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, deci sunt 5 matrice care verifică cerința</p>	2p 3p