

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Testul 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{1}{3} : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{3} : \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 3$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 4x$. Determinați valorile reale x pentru care $f(x) \leq 5f(1)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $8^{2x-1} = 32^x$.
- 5p 4. Pentru cinci caiete de același tip și un bloc de desen s-au plătit 27 de lei. Știind că prețul unui caiet este 25% din prețul blocului de desen, determinați prețul blocului de desen.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(a, 1)$ și $B(4, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , $a > 0$, știind că punctul O aparține dreptei AB .
- 5p 6. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , în care $AB = 5$ și lungimea catetei AC este cu 1 mai mică decât lungimea ipotenuzei BC . Determinați perimetrul triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 + y^2 - xy - 2x - 2y$.

- 5p 1. Arătați că $(-1) * 2 = 5$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p 3. Arătați că $(-x) * x = 3x^2$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $x * 1 = 3$.
- 5p 5. Determinați perechile (m, n) de numere naturale, cu $m < n$, pentru care $m * m = n * n$.
- 5p 6. Determinați numerele reale x , $x > 0$, pentru care $\lg x * \lg \frac{1}{x} = 9 \lg x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 2a \\ 2 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det A = 4$.
- 5p 2. Pentru $a = -6$, arătați că $2A - B = 4I_2$.
- 5p 3. Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot A = xA + yI_2$.
- 5p 4. Arătați că suma elementelor matricei $B \cdot A$ nu depinde de a .
- 5p 5. Determinați numerele naturale a pentru care numărul $\det(A + B)$ este pătratul unui număr natural.
- 5p 6. Determinați numerele reale a pentru care $(B + aI_2)(B - aI_2) = aB$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = \frac{10}{3} - \frac{2}{15} - \frac{1}{5} =$ $= \frac{50 - 2 - 3}{15} = 3$	3p 2p
2.	$f(1) = -1$ $3 - 4x \leq -5 \Leftrightarrow 4x \geq 8$, de unde obținem $x \in [2, +\infty)$	2p 3p
3.	$2^{3(2x-1)} = 2^{5x} \Leftrightarrow 3(2x-1) = 5x$ $6x - 3 = 5x$, de unde obținem $x = 3$	3p 2p
4.	$5 \cdot \frac{25}{100} \cdot x + x = 27$, unde x este prețul blocului de desen $x = 12$ lei	3p 2p
5.	$m_{OA} = \frac{1}{a}$, $m_{OB} = \frac{a}{4}$, unde a este număr real, $a > 0$ $\frac{1}{a} = \frac{a}{4} \Leftrightarrow a^2 - 4 = 0$ și, cum $a > 0$, obținem $a = 2$	2p 3p
6.	Cum $AC = BC - 1$, obținem $BC^2 = (BC - 1)^2 + 25$, de unde rezultă $BC = 13$ și $AC = 12$ $P_{\triangle ABC} = AB + BC + CA = 5 + 13 + 12 = 30$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-1) * 2 = (-1)^2 + 2^2 - (-1) \cdot 2 - 2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 =$ $= 1 + 4 + 2 + 2 - 4 = 5$	3p 2p
2.	$x * y = x^2 + y^2 - xy - 2x - 2y = y^2 + x^2 - yx - 2y - 2x =$ $= y * x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „*” este comutativă	3p 2p
3.	$(-x) * x = (-x)^2 + x^2 - (-x)x - 2(-x) - 2x =$ $= x^2 + x^2 + x^2 + 2x - 2x = 3x^2$, pentru orice număr real x	3p 2p
4.	$x * 1 = x^2 + 1 - x - 2x - 2 = x^2 - 3x - 1$, pentru orice număr real x $x^2 - 3x - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$, de unde obținem $x = -1$ sau $x = 4$	2p 3p
5.	$m * m = m^2 - 4m$, pentru orice număr natural m $m^2 - 4m = n^2 - 4n \Leftrightarrow (m - n)(m + n - 4) = 0$ și, cum m și n sunt numere naturale cu $m < n$, obținem perechile $(0, 4)$ sau $(1, 3)$	2p 3p
6.	$\lg x * \lg \frac{1}{x} = \lg x * (-\lg x) = 3 \lg^2 x$, pentru orice număr real x , $x > 0$ $3 \lg^2 x = 9 \lg x$, de unde obținem $x = 1$ sau $x = 1000$, care convin	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) - (-6) \cdot 1 =$ $= -2 + 6 = 4$	3p 2p
2.	$B = \begin{pmatrix} 0 & -12 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} \Rightarrow 2A - B = 2 \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -12 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$ $= 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4I_2$	3p 2p
3.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}, xA + yI_2 = \begin{pmatrix} 2x + y & -6x \\ x & -x + y \end{pmatrix}, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$ $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y & -6x \\ x & -x + y \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } x = 1 \text{ și } y = -4$	3p 2p
4.	$B \cdot A = \begin{pmatrix} 2a & -2a \\ 4 + a & -12 - a \end{pmatrix}, \text{ pentru orice număr real } a$ $2a + (-2a) + (4 + a) + (-12 - a) = -8, \text{ pentru orice număr real } a, \text{ deci suma elementelor}$ $\text{matricei } B \cdot A \text{ nu depinde de } a$	3p 2p
5.	$A + B = \begin{pmatrix} 2 & -6 + 2a \\ 3 & -1 + a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + B) = \begin{vmatrix} 2 & -6 + 2a \\ 3 & -1 + a \end{vmatrix} = 16 - 4a, \text{ pentru orice număr natural } a$ $\det(A + B) = 2^2(4 - a) \text{ este pătratul unui număr natural, de unde rezultă că } 4 - a \text{ este pătratul}$ $\text{unui număr natural și, cum } a \text{ este număr natural, obținem } a = 0 \text{ sau } a = 3 \text{ sau } a = 4$	2p 3p
6.	$(B + aI_2)(B - aI_2) = aB \Leftrightarrow B \cdot B - a^2 I_2 = aB \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 4a - a^2 & 2a^2 \\ 2a & 4a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2a^2 \\ 2a & a^2 \end{pmatrix}, \text{ pentru orice}$ $\text{număr real } a$ $a^2 - 4a = 0, \text{ de unde obținem } a = 0 \text{ sau } a = 4$	3p 2p