Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Testul 12

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+2\left(1-\sqrt{3}\right)=4$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)\cdot f(0)+f(3)=0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $16\cdot 2^{2x}=8^{x}$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifre din mulțimea $\{6,7,8,9\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-1,4)$ și $C(-1,-2)$. Determinați aria triunghiului ABD, știind că punctul D este mijlocul segmentului AC.
5p	**6.** Arătați că $\left(\text{tg}30^\circ+\text{tg}60^\circ\right)\sin 60^\circ=2$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=9xy+x+y$.
5p	**1.** Arătați că $1*2=21$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.
5p	**3.** Arătați că $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**4.** Determinați numărul real x pentru care $(-1)*x=15$.
5p	**5.** Determinați simetricul elementului $x=1$ în raport cu legea de compoziție „$*$”.
5p	**6.** Determinați numerele naturale n pentru care $N=\frac{1}{3}*n*\frac{2}{3}$ este număr natural de două cifre.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$ și $X(a)=\begin{pmatrix}2 & a\\ a^2 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=9$.
5p	**2.** Arătați că $A+X(2)=3X(1)$.
5p	**3.** Arătați că $A\cdot A=6A-9I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**4.** Arătați că matricea $M(a)=X(a)+X(-a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinați numerele naturale n pentru care matricea $B=X(-1)\cdot X(n)$ are toate elementele numere naturale.
5p	**6.** Determinați numărul real a pentru care $\det\left(X(2a)-X(a)\right)=3$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 12

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+2\left(1-\sqrt{3}\right)=\sqrt{12}+2+2-2\sqrt{3}=$	**3p**
	$=2\sqrt{3}+2+2-2\sqrt{3}=4$	**2p**
2.	$f(0)=-1$, $f(3)=11$, $f(a)=4a-1$, unde a este număr real	**2p**
	$(4a-1)(-1)+11=0\Leftrightarrow -4a+12=0$, de unde obținem $a=3$	**3p**
3.	$2^4\cdot 2^{2x}=2^{3x}\Leftrightarrow 2^{4+2x}=2^{3x}\Leftrightarrow 4+2x=3x$	**3p**
	$x=4$	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 4 moduri	**2p**
	Cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 3 moduri, iar pentru fiecare alegere a cifrei unităților și a cifrei zecilor, cifra sutelor poate fi aleasă în câte două moduri, deci se pot forma $4\cdot 3\cdot 2=24$ de numere	**3p**
5.	$\mathcal{A}_{\Delta ABD}=\frac{1}{2}\mathcal{A}_{\Delta ABC}$	**2p**
	Triunghiul ABC este dreptunghic în B, cu $AB=4$ și $BC=6\Rightarrow \mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot BC}{2}=12$, de unde rezultă că $\mathcal{A}_{\Delta ABD}=6$	**3p**
6.	$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\mathrm{tg}30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\mathrm{tg}60^\circ=\sqrt{3}$	**3p**
	$(\mathrm{tg}30^\circ+\mathrm{tg}60^\circ)\sin 60^\circ=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1*2=9\cdot 1\cdot 2+1+2=$	**3p**
	$=18+1+2=21$	**2p**
2.	$x*y=9xy+x+y=9yx+y+x=$	**3p**
	$=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$*$” este comutativă	**2p**
3.	$x*0=9\cdot x\cdot 0+x+0=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$0*x=x$, pentru orice număr real x, deci $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$(-1)*x=-8x-1$, pentru orice număr real x	**2p**
	$-8x-1=15$, de unde obținem $x=-2$	**3p**
5.	$1*x'=0\Leftrightarrow 9x'+1+x'=0$	**2p**
	Simetricul elementului $x=1$ în raport cu legea de compoziție „$*$” este $x'=-\frac{1}{10}$	**3p**
6.	$N=\frac{1}{3}*\frac{2}{3}*n$, $\frac{1}{3}*\frac{2}{3}=3$	**2p**
	$N=3*n=28n+3$, pentru orice număr natural n și, cum N este număr natural de două cifre, obținem $n=1$ sau $n=2$ sau $n=3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}4 & 1\\ -1 & 2\end{vmatrix}=4\cdot 2-1\cdot(-1)=$	**3p**
	$=8+1=9$	**2p**
2.	$A+X(2)=\begin{pmatrix}4 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 2\\ 4 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 3\\ 3 & 3\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=3\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=3X(1)$	**2p**
3.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}15 & 6\\ -6 & 3\end{pmatrix}$	**3p**
	$6A-9I_2=\begin{pmatrix}24 & 6\\ -6 & 12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}9 & 0\\ 0 & 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15 & 6\\ -6 & 3\end{pmatrix}$, deci $A\cdot A=6A-9I_2$	**2p**
4.	$M(a)=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2a^2 & 2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**2p**
	$\det\left(M(a)\right)=\begin{vmatrix}4 & 0\\ 2a^2 & 2\end{vmatrix}=8\neq 0$, deci matricea $M(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a	**3p**
5.	$B=X(-1)\cdot X(n)=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & n\\ n^2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4-n^2 & 2n-1\\ 2+n^2 & n+1\end{pmatrix}$, pentru orice număr natural n	**2p**
	Numerele $2+n^2$ și $n+1$ sunt naturale pentru orice număr natural n și, cum $4-n^2$ și $2n-1$ sunt numere naturale, obținem că $n=1$ sau $n=2$	**3p**
6.	$X(2a)=\begin{pmatrix}2 & 2a\\ 4a^2 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(X(2a)-X(a)\right)=\begin{vmatrix}0 & a\\ 3a^2 & 0\end{vmatrix}=-3a^3$, pentru orice număr real a	**3p**
	$-3a^3=3\Leftrightarrow a^3=-1$, de unde obținem $a=-1$	**2p**