Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică

Testul 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $\log_3 6+\log_3 2-\log_3 4=1$.
5p	**2** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-4$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m,m)$ aparține graficului funcției f.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x=2^{x^2-3}$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 9.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,5)$ și $B(1,3)$. Determinați coordonatele punctului M, unde M este simetricul punctului A față de punctul B.
5p	**6**. Arătați că $(\cos 120°-\sin 30°)^2=\cos^2 30°+\cos^2 60°$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-4(x+y)+20$.
5p	**1.** Arătați că $4*2021=4$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.
5p	**3.** Demonstrați că $x*y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x*(x-4)=x$.
5p	**5.** Arătați că $x*y\geq 8$, pentru orice numere reale x și y, cu $x\geq 6$ și $y\geq 6$.
5p	**6.** Calculați $1^2*2^2*3^2*\ldots*2021^2$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=\begin{pmatrix}x & 3\\ 1 & x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=-3$.
5p	**2.** Arătați că $A+M(6)=4\cdot\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**3** Arătați că $\det(M(x))=(x+1)(x-3)$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Determinați numerele întregi a pentru care $\det(A+M(2))=9-a^2$.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot M(x)=4I_2$.
5p	**6.** Determinați numărul natural n pentru care $M(n)+M(n+1)+M(n+2)=3M(2022)$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(7-7\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{7}\right)\cdot\frac{6}{41}=\left(7-\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{6}{41}=$	**3p**
	$=\frac{41}{6}\cdot\frac{6}{41}=1$	**2p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 2x-6=6-x$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=4$, $y=2$	**2p**
3.	$3x-2=7$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	$p-\frac{12}{100}\cdot p=264$, unde p este prețul inițial al tabletei	**3p**
	$p=300$ de lei	**2p**
5.	$x_A=\frac{x_M+x_T}{2}=\frac{2+6}{2}=4$	**3p**
	$y_A=\frac{y_M+y_T}{2}=\frac{3+5}{2}=4$	**2p**
6.	$\sin 30°=\cos 60°=\frac{1}{2}$, $\sin 60°=\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 90°=1$	**3p**
	$\cos 60°\sin 60°+\sin 90°-\sin 30°\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{4}+1-\frac{\sqrt{3}}{4}=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}3&5\\1&3\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(1))=\begin{vmatrix}3&5\\1&3\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=3\cdot 3-1\cdot 5=9-5=4$	**3p**
b)	$B\cdot B+2C=\begin{pmatrix}4&12\\4&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&2\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&14\\4&12\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}4+2&3\cdot 4+2\\4&3\cdot 4\end{pmatrix}=A(4)$	**2p**
c)	$A(n)+B=\begin{pmatrix}n+3&3n+5\\n+1&3n+3\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(n)+B)=4n+4$, unde n este număr natural	**3p**
	$4n+4=4\Leftrightarrow n=0$, care convine	**2p**
2.a)	$1*1=\frac{3\cdot 1\cdot 1+1}{1+1}=$	**3p**
	$=\frac{4}{2}=2$	**2p**

b)	$1*2=\frac{7}{3}\Rightarrow(1*2)*3=\frac{7}{3}*3=\frac{33}{8}$	**2p**
	$2*3=\frac{19}{5}\Rightarrow 1*(2*3)=1*\frac{19}{5}=\frac{31}{12}$, de unde obținem $((1*2)*3)-(1*(2*3))=\frac{33}{8}-\frac{31}{12}=\frac{37}{24}$	**3p**
c)	$\frac{3x^2+1}{2x}=2\Leftrightarrow 3x^2-4x+1=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=\frac{1}{3}$, care convin	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=3x^4+3x^3-6x^2=$	**3p**
	$=3x^2\left(x^2+x-2\right)=3x^2(x-1)(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f(0)=-1$, $f'(0)=0$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=-1$	**3p**
c)	$x\in[-2,1]\Rightarrow x-1\le 0$ și $x+2\ge 0$	**2p**
	Cum $x^2\ge 0$, pentru orice număr real $x\Rightarrow f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in[-2,1]$, deci f este descrescătoare pe $[-2,1]$	**3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}(f(x)+x-3)dx=\int_{-1}^{1}\left(x^3-x+3+x-3\right)dx=\int_{-1}^{1}x^3dx=\left.\frac{x^4}{4}\right\|_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0$	**2p**
b)	$\int_{0}^{1}\left(f(x)-x^3-3\right)e^x\,dx=-\int_{0}^{1}xe^xdx=-\left.(x-1)e^x\right\|_{0}^{1}=$	**3p**
	$=(-1)\cdot e^0=-1$	**2p**
c)	$\int_{0}^{1}f(x)dx=\int_{0}^{1}\left(x^3-x+3\right)dx=\left.\left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}+3x\right)\right\|_{0}^{1}=\frac{11}{4}$	**3p**
	$-a^2+5=\frac{11}{4}\Leftrightarrow a^2=\frac{9}{4}$ și, cum $a>0$, obținem $a=\frac{3}{2}$	**2p**