Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Testul 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(20^2+2\cdot 20\cdot 21+21^2\right):\left(20+\frac{1}{2}\right)=82$.
5p	**2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+5$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(1-9x)=2$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale impare de două cifre au produsul cifrelor număr par.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,1)$, $B(3,1)$ și $C(3,-3)$. Calculați aria triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\cos 60^\circ\cdot(5\sin 30^\circ-\sin 150^\circ)=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y+2^{xy}-1$.
5p	**1.** Arătați că $1*3=11$.
5p	**2.** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.
5p	**3.** Determinați numărul real a pentru care $a*1=(-1)*(-a)$.
5p	**4.** Arătați că $x*\frac{1}{x}\geq 3$, pentru orice număr real x, $x>0$.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $x*(3x)=(4x-1)*1$.
5p	**6.** Arătați că, pentru orice număr natural nenul n, numărul $N=n*(n+1)$ este natural par.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1&2a\\3a&2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(2))=-22$.
5p	**2.** Arătați că $A(1)\cdot A(1)-3A(1)=4I_2$.
5p	**3.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x))=-52$.
5p	**4.** Arătați că $aA(1)-A(a)=(a-1)A(0)$, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinați numerele reale m pentru care $\det(A(m)+A(1))=2$.
5p	**6.** Determinați numărul natural nenul n pentru care $A(n)\cdot A\left(\frac{1}{n}\right)=A\left(\frac{1}{n}\right)\cdot A(n)$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 3

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(20^2+2\cdot 20\cdot 21+21^2\right):\left(20+\frac{1}{2}\right)=(20+21)^2:\frac{41}{2}=41^2\cdot\frac{2}{41}=$	**3p**
	$=41\cdot 2=82$	**2p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 3x-1=x+5$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=3$, $y=8$	**2p**
3.	$1-9x=100$	**3p**
	$x=-11$, care convine	**2p**
4.	$\overline{ab}$ este număr natural impar, de unde rezultă că b este cifră impară, deci sunt 5 modalități de alegere a cifrei unităților	**2p**
	Cum produsul numerelor a și b este număr par și b este cifră impară, obținem că a este cifră pară nenulă, deci sunt 4 modalități de alegere a cifrei zecilor	**2p**
	Sunt $4\cdot 5=20$ de numere naturale impare de două cifre care au produsul cifrelor număr par	**1p**
5.	Triunghiul ABC este dreptunghic în B cu $AB=5$ și $BC=4$	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot BC}{2}=\frac{5\cdot 4}{2}=10$	**2p**
6.	$\cos 60°=\frac{1}{2}$, $\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\sin 150°=\frac{1}{2}$	**3p**
	$\cos 60°\cdot(5\sin 30°-\sin 150°)=\frac{1}{2}\cdot\left(5\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\cdot 2=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1*3=1+3+2^{1\cdot 3}-1=$	**3p**
	$=4+8-1=11$	**2p**
2.	$x*y=x+y+2^{xy}-1=y+x+2^{yx}-1=$	**3p**
	$=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$*$” este comutativă	**2p**
3.	$a+1+2^a-1=-1-a+2^a-1$	**3p**
	$2a=-2\Leftrightarrow a=-1$	**2p**
4.	$x*\frac{1}{x}=x+\frac{1}{x}+1=\left(x+\frac{1}{x}-2\right)+3=$	**3p**
	$=\frac{(x-1)^2}{x}+3\geq 3$, pentru orice număr real x, $x>0$	**2p**
5.	$x+3x+2^{3x^2}-1=4x-1+1+2^{4x-1}-1\Leftrightarrow 2^{3x^2}=2^{4x-1}\Leftrightarrow 3x^2-4x+1=0$	**3p**
	$x=\frac{1}{3}$ sau $x=1$	**2p**

6.	$N = n * (n+1) = 2n + 1 + 2^{n(n+1)} - 1 = 2n + 2^{n(n+1)}$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**
	Cum n este număr natural nenul, rezultă că numerele naturale $2n$ și $2^{n(n+1)}$ sunt pare, deci numărul $N = n * (n+1)$ este natural par	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 4 \cdot 6 =$	**3p**
	$= 2 - 24 = -22$	**2p**
2.	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $A(1) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$, $3A(1) = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$	**3p**
	$A(1) \cdot A(1) - 3A(1) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 4I_2$	**2p**
3.	$\det(A(x)) = \begin{vmatrix} 1 & 2x \\ 3x & 2 \end{vmatrix} = 2 - 6x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$-6x^2 + 54 = 0$, de unde obținem $x = -3$ sau $x = 3$	**2p**
4.	$aA(1) - A(a) = \begin{pmatrix} a & 2a \\ 3a & 2a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 3a & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & 2a-2 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= (a-1)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = (a-1)A(0)$, pentru orice număr real a	**2p**
5.	$A(m) + A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 2m+2 \\ 3m+3 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(m) + M(1)) = -6m^2 - 12m + 2$, pentru orice număr real m	**3p**
	$-6m^2 - 12m = 0$, de unde obținem $m = -2$ sau $m = 0$	**2p**
6.	$A(n) \cdot A\left(\frac{1}{n}\right) = \begin{pmatrix} 7 & \frac{2}{n} + 4n \\ 3n + \frac{6}{n} & 10 \end{pmatrix}$, $A\left(\frac{1}{n}\right) \cdot A(n) = \begin{pmatrix} 7 & \frac{4}{n} + 2n \\ \frac{3}{n} + 6n & 10 \end{pmatrix}$, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
	$\begin{pmatrix} 7 & \frac{2}{n} + 4n \\ 3n + \frac{6}{n} & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & \frac{4}{n} + 2n \\ \frac{3}{n} + 6n & 10 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \frac{1}{n} = n$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n = 1$	**3p**