

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)(3, 2 - 2, 3) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$.
- 5p** 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -3x^2 - x + 2$ cu axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{16 + 3x} = 5$.
- 5p** 4. Două produse s-au vândut, o perioadă de timp, cu același preț. După ce unul dintre ele s-a scumpit cu 20% și celălalt s-a ieftinit cu 20%, diferența dintre prețul primului produs și prețul celui de-al doilea este de 26 de lei. Determinați prețul inițial al produselor.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-8, 4)$, $B(6, 7)$ și $C(0, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că dreptele AO și BC sunt paralele.
- 5p** 6. Se consideră romb $ABCD$, cu unghiul A ascuțit, $AB = 9$ și aria egală cu 72. Calculați $\sin A$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x - y + 1)(y - x + 1)$.

- 5p** 1. Arătați că $(-1) * 4 = -24$.
- 5p** 2. Arătați că $x * y = 1 - (x - y)^2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 3. Arătați că $x * (x - 1) = 0$, pentru orice număr real x .
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $x * \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$.
- 5p** 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x * 2^{x-1} = 1 - 2^{4040}$.
- 5p** 6. Determinați numărul real x , $x > 0$, pentru care $\left(\lg x * \lg \frac{x}{10}\right) * \left(\lg \frac{x}{10} * \lg \frac{x}{100}\right) = x * 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -5 \end{pmatrix}$.

- 5p** 1. Arătați că $\det A = -5$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot B = 5I_2$.
- 5p** 3. Determinați numerele reale x pentru care $\det(A - xI_2) = 10$.
- 5p** 4. Arătați că suma elementelor matricei A^{-1} este egală cu -1 , unde A^{-1} este inversa matricei A .
- 5p** 5. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B \cdot X = -20I_2$.
- 5p** 6. Determinați numărul real x pentru care $A \cdot (B \cdot B - I_2) - (A \cdot A - I_2) \cdot B = x(B - A)$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)(3, 2 - 2, 3) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{4} =$ $= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$	3p 2p
2.	$f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - x + 2 = 0$ Abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox sunt $x = -1$ și $x = \frac{2}{3}$	2p 3p
3.	$16 + 3x = 5^2 \Rightarrow 16 + 3x = 25$ $x = 3$, care convine	3p 2p
4.	Diferența dintre noile prețuri ale produselor este egală cu $\frac{40}{100} \cdot x$, unde x este prețul inițial al produselor $\frac{40}{100} \cdot x = 26$, de unde obținem $x = 65$ de lei	3p 2p
5.	$m_{AO} = -\frac{1}{2}$, $m_{BC} = \frac{7-a}{6}$ $m_{AO} = m_{BC} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} = \frac{7-a}{6}$, de unde obținem $a = 10$	2p 3p
6.	$\mathcal{A}_{romb} = AB \cdot AD \cdot \sin A \Leftrightarrow 72 = 9 \cdot 9 \cdot \sin A$ $\sin A = \frac{8}{9}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-1) * 4 = (-1 - 4 + 1)(4 + 1 + 1) =$ $= -4 \cdot 6 = -24$	3p 2p
2.	$x * y = (1 + x - y)(1 + y - x) = (1 + (x - y))(1 - (x - y)) =$ $= 1^2 - (x - y)^2 = 1 - (x - y)^2$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
3.	$x * (x - 1) = 1 - (x - x + 1)^2 =$ $= 1 - 1 = 0$, pentru orice număr real x	3p 2p
4.	$x * \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$, pentru orice număr real x $1 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, de unde obținem $x = -1$ sau $x = 0$	2p 3p

5.	$2^x * 2^{x-1} = 1 - (2^x - 2^{x-1})^2 = 1 - 2^{2x-2} \cdot 1 = 1 - 2^{2x-2}$, pentru orice număr real x	3p
	$1 - 2^{2x-2} = 1 - 2^{4040}$, de unde obținem $x = 2021$	2p
6.	$\lg x * \lg \frac{x}{10} = 0$, $\lg \frac{x}{10} * \lg \frac{x}{100} = 0$, pentru orice număr real x , $x > 0$	2p
	$0 * 0 = x * 1$, de unde obținem $1 = 1 - (x-1)^2$, deci $x = 1$, care convine	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -5 & -3 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-3) - 2 \cdot (-5) =$	3p
	$= -15 + 10 = -5$	2p
2.	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15-10 & 10+(-10) \\ -15+15 & -10+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 5I_2$	2p
3.	$\det(A - xI_2) = \begin{vmatrix} 5-x & 2 \\ -5 & -3-x \end{vmatrix} = x^2 - 2x - 5$, pentru orice număr real x	3p
	$x^2 - 2x - 15 = 0$, de unde obținem $x = -3$ sau $x = 5$	2p
4.	$A \cdot B = 5I_2 \Rightarrow A \cdot \left(\frac{1}{5}B\right) = I_2$ și, cum $\left(\frac{1}{5}B\right) \cdot A = I_2$, obținem că $A^{-1} = \frac{1}{5}B = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$	3p
	Suma elementelor matricei A^{-1} este egală cu $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} - 1 - 1 = -1$	2p
5.	Matricea B este inversabilă și $B^{-1} = \frac{1}{5}A$	2p
	$X = -20B^{-1} \Rightarrow X = -4A$, deci $X = \begin{pmatrix} -20 & -8 \\ 20 & 12 \end{pmatrix}$	3p
6.	$A \cdot (B \cdot B - I_2) - (A \cdot A - I_2) \cdot B = A \cdot B \cdot B - A \cdot A \cdot B + B = 5B - A - 5A + B = 6B - 6A$	3p
	$6(B - A) = x(B - A)$, de unde obținem $x = 6$	2p