

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_pedagogic***

**Testul 5**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $\frac{2}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}(\sqrt{3}+2) = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 6$ . Determinați numărul real  $a$ , știind că  $f(a) + f(2a) = f(9)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x + \sqrt{3x} = 2x$ .
- 5p 4. Determinați câte numere naturale impare de trei cifre se pot forma cu cifre din mulțimea  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, -3)$ ,  $B(5, 1)$  și dreapta  $d$  de ecuație  $x - 2y + a = 0$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că mijlocul segmentului  $AB$  este situat pe dreapta  $d$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $BC = 20$  și  $\sin B = \frac{4}{5}$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = 5xy - 5x - 5y + 6$ .

- 5p 1. Arătați că  $1 \circ 5 = 1$ .
- 5p 2. Arătați că  $x \circ y = 5(x-1)(y-1) + 1$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p 3. Arătați că  $e = \frac{6}{5}$  este elementul neutru al legii „ $\circ$ ”.
- 5p 4. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $\frac{4}{5} \circ x = \frac{6}{5}$ .
- 5p 5. Determinați perechile  $(a, b)$  de numere naturale pentru care  $a \circ b = 21$ .
- 5p 6. Calculați  $\frac{5}{1} \circ \frac{5}{2} \circ \frac{5}{3} \circ \dots \circ \frac{5}{9}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = 2xA - I_2$ , unde  $x$  este număr real.

- 5p 1. Arătați că  $\det A = 8$ .
- 5p 2. Arătați că  $A \cdot A = -8I_2$ .
- 5p 3. Demonstrați că matricea  $B(x)$  este inversabilă, pentru orice număr real  $x$ .
- 5p 4. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $B(x) \cdot B\left(\frac{1}{2}\right) = 9I_2$ .
- 5p 5. Arătați că  $xB(x) - yB(y) = (x-y)B(x+y)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p 6. Determinați numărul întreg  $k$  pentru care  $B(1) - 2B(2) + 3B(3) - \dots - 20B(20) = kB(21)$ .

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Testul 5

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$\frac{2}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}(\sqrt{3}+2) = \frac{2(2+\sqrt{3})}{4-3} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{3} =$ $= 4 + 2\sqrt{3} - 3 - 2\sqrt{3} = 1$	3p 2p
2.	$f(a) = 2a - 6, f(2a) = 4a - 6, f(9) = 12$ $6a - 12 = 12 \Leftrightarrow a = 4$	3p 2p
3.	$\sqrt{3x} = x \Rightarrow 3x = x^2$ $x = 0$ sau $x = 3$ , care convin	2p 3p
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 3 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 5 moduri, iar pentru fiecare alegere a cifrei unităților și a cifrei zecilor, cifra sutelor poate fi aleasă în câte 5 moduri, deci se pot forma $3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$ de numere	2p 3p
5.	$M(3, -1)$ , unde $M$ este mijlocul segmentului $AB$ $3 - 2 \cdot (-1) + a = 0$ , de unde obținem $a = -5$	2p 3p
6.	$AC = 16, AB = 12$ $\mathcal{A} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	$1 \circ 5 = 5 \cdot 1 \cdot 5 - 5 \cdot 1 - 5 \cdot 5 + 6 =$ $= 25 - 5 - 25 + 6 = 1$	3p 2p
2.	$x \circ y = 5xy - 5x - 5y + 5 + 1 = 5x(y-1) - 5(y-1) + 1 =$ $= (y-1)(5x-5) + 1 = 5(x-1)(y-1) + 1$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	2p 3p
3.	$x \circ \frac{6}{5} = 5x \cdot \frac{6}{5} - 5x - 5 \cdot \frac{6}{5} + 6 = 6x - 5x - 6 + 6 = x$ , pentru orice număr real $x$ $\frac{6}{5} \circ x = 5 \cdot \frac{6}{5} \cdot x - 5 \cdot \frac{6}{5} - 5x + 6 = 6x - 6 - 5x + 6 = x$ , pentru orice număr real $x$ , deci $e = \frac{6}{5}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”	2p 3p
4.	$\frac{4}{5} \circ x = 5 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot (x-1) + 1 = -x + 2$ , pentru orice număr real $x$ $-x + 2 = \frac{6}{5}$ , de unde obținem $x = \frac{4}{5}$	3p 2p
5.	$5(a-1)(b-1) + 1 = 21 \Leftrightarrow (a-1)(b-1) = 4$ Cum $a$ și $b$ sunt numere naturale, obținem perechile $(2,5), (3,3), (5,2)$	2p 3p
6.	$x \circ 1 = 1$ și $1 \circ y = 1$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ $\left(\frac{5}{1} \circ \frac{5}{2} \circ \frac{5}{3} \circ \frac{5}{4}\right) \circ 1 \circ \frac{5}{6} \circ \dots \circ \frac{5}{9} = 1 \circ \left(\frac{5}{6} \circ \dots \circ \frac{5}{9}\right) = 1$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -2 \cdot 2 - (-4) \cdot 3 =$ $= -4 + 12 = 8$	3p 2p
2.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-12 & 8+(-8) \\ -6+6 & -12+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{pmatrix} =$ $= -8 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = -8I_2$	3p 2p
3.	$B(x) = \begin{pmatrix} -4x-1 & -8x \\ 6x & 4x-1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(x)) = \begin{vmatrix} -4x-1 & -8x \\ 6x & 4x-1 \end{vmatrix} = 32x^2 + 1, \text{ pentru orice număr real } x$ <p><math>32x^2 + 1 &gt; 0</math>, deci <math>\det(B(x)) \neq 0</math>, adică matricea <math>B(x)</math> este inversabilă pentru orice număr real <math>x</math></p>	3p 2p
4.	$B(x) \cdot B\left(\frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} -4x-1 & -8x \\ 6x & 4x-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12x+3 & 8x+4 \\ -6x-3 & -20x-1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -12x+3 & 8x+4 \\ -6x-3 & -20x-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } x = -\frac{1}{2}$	2p 3p
5.	$xB(x) - yB(y) = 2x^2A - xI_2 - 2y^2A + yI_2 =$ $= 2(x-y)(x+y)A - (x-y)I_2 = (x-y)(2(x+y)A - I_2) = (x-y)B(x+y), \text{ pentru orice}$ <p>numere reale <math>x</math> și <math>y</math></p>	2p 3p
6.	$(B(1) - 20B(20)) - \dots - (10B(10) - 11B(11)) = (-19 + 17 - 15 + \dots - 3 + 1)B(21) =$ $= 5 \cdot (-2)B(21) = -10B(21), \text{ deci } k = -10$	3p 2p