

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că media geometrică a numerelor $a = 1 + \frac{1}{2}$ și $b = 6\sqrt{16}$ este egală cu 6.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 3$. Determinați numărul real a , $a \neq -2$, pentru care $f(a) = f(-2)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(3x - 15) = \log_5 2 + \log_5 3$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, care au toate cifrele egale, acesta să fie multiplu de 9.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 2a)$ și $B(5, 5a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că lungimea segmentului AB este egală cu 7.
- 5p** 6. Arătați că $2\sin^2 135^\circ - \sin 30^\circ - \cos 60^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 6 - x - y$.

- 5p** 1. Arătați că $5 * 2021 = -2020$.
- 5p** 2. Arătați că $(1 * x) * 1 = x$, pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Determinați numărul real x pentru care $(x + 1) * (4x) = 15$.
- 5p** 4. Arătați că $(x * y) * (z * t) = x + y + z + t - 6$, pentru orice numere reale x, y, z și t .
- 5p** 5. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x^2 * (-x) \geq 0$.
- 5p** 6. Determinați numărul natural n pentru care $(2^{n^2} * 2^{n^2}) * (2^{n^2} * 2^{n^2}) = 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricea $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x + y \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

- 5p** 1. Arătați că $\det(A(-1, 3)) = -1$.
- 5p** 2. Arătați că $2A(1, 1) - A(2, 2) = A(0, 0)$.
- 5p** 3. Arătați că $A(0, 0) \cdot A(1, 0) = A(-1, 0)$.
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x, 1) - xA(1, 1)) = 9$.
- 5p** 5. Demonstrați că $\det(A(x, y)) + \det(A(y, x)) \geq 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 6. Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x, y) \cdot A(-y, -x) = A(0, -1)$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a = \frac{3}{2}, b = 24$ $m_g = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 24} = \sqrt{36} = 6$	2p 3p
2.	$f(a) = a^2 + 2a + 3, f(-2) = 3$ $a^2 + 2a + 3 = 3 \Leftrightarrow a^2 + 2a = 0$, și, cum $a \neq -2$, obținem $a = 0$	2p 3p
3.	$\log_5(3x - 15) = \log_5 6 \Rightarrow 3x - 15 = 6$ $x = 7$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre, care au toate cifrele egale, are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile Numerele naturale de trei cifre, care au toate cifrele egale și sunt multipli de 9, sunt 333, 666 și 999, deci sunt 3 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	2p 2p 1p
5.	$AB = \sqrt{49 + 9a^2}$, unde a este număr real $\sqrt{49 + 9a^2} = 7$, de unde obținem $a = 0$	2p 3p
6.	$\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $2\sin^2 135^\circ - \sin 30^\circ - \cos 60^\circ = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{2}{4} - 1 = 0$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$5 * 2021 = 6 - 5 - 2021 =$ $= 1 - 2021 = -2020$	3p 2p
2.	$(1 * x) * 1 = (5 - x) * 1 = 6 - (5 - x) - 1 =$ $= 6 - 5 + x - 1 = x$, pentru orice număr real x	3p 2p
3.	$(x + 1) * (4x) = 5 - 5x$, pentru orice număr real x $5 - 5x = 15$, de unde obținem $x = -2$	2p 3p
4.	$(x * y) * (z * t) = 6 - (6 - x - y) - (6 - z - t) =$ $= 6 - 6 + x + y - 6 + z + t = x + y + z + t - 6$, pentru orice numere reale x, y, z și t	3p 2p
5.	$x^2 * (-x) = 6 - x^2 + x$, pentru orice număr real x $-x^2 + x + 6 \geq 0$, de unde obținem $x \in [-2, 3]$	2p 3p

6.	$(2^{n^2} * 2^{n^2}) * (2^{n^2} * 2^{n^2}) = 4 \cdot 2^{n^2} - 6$, pentru orice număr natural n $4 \cdot 2^{n^2} = 8 \Leftrightarrow 2^{n^2} = 2 \Leftrightarrow n^2 = 1$ și, cum n este număr natural, obținem $n = 1$	2p
		3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(-1,3) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(-1,3)) = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -1 \cdot 2 - 1 \cdot (-1) =$ $= -2 + 1 = -1$	3p
		2p
2.	$2A(1,1) - A(2,2) = 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = A(0,0)$	3p
		2p
3.	$A(0,0) \cdot A(1,0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-1 & 0+1 \\ -1+0 & -1+0 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = A(-1,0)$	3p
		2p
4.	$A(x,1) - xA(1,1) = \begin{pmatrix} 0 & 1-x \\ -1+x & 1-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(x,1) - xA(1,1)) = (x-1)^2$, pentru orice număr real x $(x-1)^2 = 9$, de unde obținem $x = -2$ sau $x = 4$	3p
		2p
5.	$\det(A(x,y)) = \begin{vmatrix} x & 1 \\ -1 & x+y \end{vmatrix} = x(x+y) + 1$, $\det(A(y,x)) = \begin{vmatrix} y & 1 \\ -1 & y+x \end{vmatrix} = y(x+y) + 1$, pentru orice numere reale x și y $\det(A(x,y)) + \det(A(y,x)) = x(x+y) + y(x+y) + 2 = (x+y)^2 + 2 \geq 2$, pentru orice numere reale x și y	2p
		3p
6.	$A(x,y) \cdot A(-y,-x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x+y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -y & 1 \\ -1 & -y-x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -xy-1 & -y \\ -x & -1-(x+y)^2 \end{pmatrix}$, pentru orice numere reale x și y $\begin{pmatrix} -xy-1 & -y \\ -x & -1-(x+y)^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 1$ și $y = -1$	3p
		2p