

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Testul 8**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(2,5 - 0,7) : 2 + \left| -\frac{1}{10} \right| = 1$ , unde  $|x|$  reprezintă modulul numărului real  $x$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 4$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(2a - 4) = f(a) + 4$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{9-x} = 9^{3-x}$ .
- 5p** 4. După o ieftinire cu 45%, un produs costă 77 de lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, -1)$ ,  $B(-5, 7)$  și  $C(7, 7)$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB = AC = 6$  și  $BC = 4$ . Calculați  $\cos A$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = 4(x + y) - 2xy$ .

- 5p** 1. Arătați că  $(-2) \circ 3 = 16$ .
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(1 - x) \circ x = 8$ .
- 5p** 4. Determinați cel mai mic număr natural  $n$  pentru care  $1 \circ n \geq 2021$ .
- 5p** 5. Determinați numărul întreg  $a$  pentru care numărul  $A = a \circ \sqrt{2}$  este întreg.
- 5p** 6. Se consideră numerele reale  $x$ ,  $y$  și  $z$ , termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. Arătați că, pentru orice număr real  $m$ , numerele  $x \circ m$ ,  $y \circ m$  și  $z \circ m$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- 5p** 1. Arătați că  $\det A = 2$ .
- 5p** 2. Arătați că  $(A + B) \cdot (A + B) = 24I_2$ .
- 5p** 3. Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $2(X - A) = 3(X - B)$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(A + xI_2) = 2$ .
- 5p** 5. Arătați că, pentru orice număr natural nenul  $n$ , numărul  $N = \det((1 + n)A + (1 - n)B)$  este natural, multiplu de 8.
- 5p** 6. Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A \cdot (A - xI_2) = B \cdot (B + xI_2)$ .

Examenul național de bacalaureat 2021  
Proba E. c)

Matematică *M\_pedagogic*  
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 8

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(2,5 - 0,7) : 2 + \left  -\frac{1}{10} \right  = 1,8 : 2 + \frac{1}{10} = 0,9 + \frac{1}{10} = 0,9 + 0,1 = 1$	3p 2p
2.	$f(2a - 4) = 4a - 12$ , $f(a) = 2a - 4$ , pentru orice număr real $a$ $4a - 12 = 2a - 4 + 4$ , de unde obținem $a = 6$	2p 3p
3.	$3^{9-x} = 3^{2(3-x)} \Leftrightarrow 9 - x = 6 - 2x$ $x = -3$	3p 2p
4.	$x - \frac{45}{100} \cdot x = 77$ , unde $x$ este prețul produsului înainte de ieftinire $x = 140$ de lei	3p 2p
5.	$BC = 12$ $BC \parallel Ox \Rightarrow d(A, BC) = 8 \Rightarrow \mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{8 \cdot 12}{2} = 48$	2p 3p
6.	$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AC \cdot BC} = \frac{6^2 + 6^2 - 4^2}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{36 + 36 - 16}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{7}{9}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-2) \circ 3 = 4(-2 + 3) - 2 \cdot (-2) \cdot 3 = 4 + 12 = 16$	3p 2p
2.	$y \circ x = 4(y + x) - 2yx = 4(x + y) - 2xy = x \circ y$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ , deci legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă	3p 2p
3.	$(1 - x) \circ x = 4 - 2x + 2x^2$ , pentru orice număr real $x$ $4 - 2x + 2x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ , de unde obținem $x = -1$ sau $x = 2$	2p 3p
4.	$1 \circ n = 2n + 4$ , pentru orice număr natural $n$ $2n + 4 \geq 2021 \Rightarrow n \geq \frac{2017}{2}$ , de unde obținem că 1009 este cel mai mic număr natural $n$ pentru care $1 \circ n \geq 2021$	2p 3p
5.	$A = a \circ \sqrt{2} = 4a + 4\sqrt{2} - 2a\sqrt{2} = 4a + (4 - 2a)\sqrt{2}$ , pentru orice număr întreg $a$ $A$ este număr întreg și, cum $a$ este număr întreg, rezultă $4 - 2a = 0$ , de unde obținem $a = 2$	2p 3p
6.	$y = \frac{x+z}{2} \Rightarrow x+z = 2y$ $\frac{(x \circ m) + (z \circ m)}{2} = \frac{4(x+2m+z) - 2m(x+z)}{2} = \frac{4(2y+2m) - 2m \cdot 2y}{2} = 4(y+m) - 2my = y \circ m$ , deci numerele $x \circ m$ , $y \circ m$ și $z \circ m$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 1 \cdot 8 - 2 \cdot 3 =$ $= 8 - 6 = 2$	3p 2p
2.	$A + B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow (A + B) \cdot (A + B) = \begin{pmatrix} 24 & 0 \\ 0 & 24 \end{pmatrix} =$ $= 24 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 24I_2$	3p 2p
3.	$2(X - A) = 3(X - B) \Leftrightarrow X = 3B - 2A$ $X = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 9 & -24 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 16 \end{pmatrix}, \text{ deci } X = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -40 \end{pmatrix}$	2p 3p
4.	$\det(A + xI_2) = \begin{vmatrix} 1+x & 2 \\ 3 & 8+x \end{vmatrix} = x^2 + 9x + 2, \text{ pentru orice număr real } x$ $x^2 + 9x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 + 9x = 0, \text{ de unde obținem } x = -9 \text{ sau } x = 0$	3p 2p
5.	$N = \det((1+n)A + (1-n)B) = \begin{vmatrix} 2n & 4 \\ 6 & 16n \end{vmatrix} = 32n^2 - 24 = 8(4n^2 - 3), \text{ pentru orice număr natural nenul } n$ <p>Cum, pentru orice număr natural nenul <math>n</math>, numărul <math>4n^2 - 3</math> este număr natural, obținem că numărul <math>N</math> este natural, multiplu de 8</p>	3p 2p
6.	$A \cdot (A - xI_2) = B \cdot (B + xI_2) \Leftrightarrow A \cdot A - B \cdot B = x(A + B)$ $\begin{pmatrix} 0 & 36 \\ 54 & 0 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } x = 9$	2p 3p