Examenul naţional de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Testul 9

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{81}-\sqrt{196}+\left(3\sqrt{2}\right)^2:\sqrt{9}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+5x+2$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f și g.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{12-x}=\sqrt{3x}$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este de 400 de lei. Determinați prețul obiectului după două scumpiri succesive, cu 20%, respectiv cu 15%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(1,3)$ și dreapta d de ecuație $y=3x-4$. Arătați că dreapta OA este paralelă cu dreapta d.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, în care $\sin A=\frac{1}{3}$, $\sin B=\frac{1}{4}$ și $BC=8$. Determinați lungimea laturii AC a triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=6x+6y-3xy-10$.
5p	**1.** Arătați că $1*2=2$.
5p	**2.** Arătați că $x*y=2-3(x-2)(y-2)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $e=\frac{5}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**4.** Determinați numerele naturale n pentru care numărul $N=5*n$ este natural.
5p	**5.** Calculați $(-10)*(-9)*(-8)*\ldots*10$.
5p	**6.** Determinați numerele reale nenule x pentru care $\frac{1}{x}*\left(x^2+2\right)=5$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ a & 2a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det\left(M(1)\right)=1$.
5p	**2.** Arătați că $4M(2)-M(-1)=3M(3)$.
5p	**3.** Arătați că $A\cdot A+7M(1)=24I_2$.
5p	**4.** Arătați că matricea $A-2I_2$ este inversa matricei $M(1)$.
5p	**5.** Determinați numerele reale a și b pentru care $M(1)+M(2)+M(3)+\ldots+M(9)=aM(b)$.
5p	**6.** Arătați că $\det\left(M(a)\cdot M(b)-M(b)\cdot M(a)\right)\le 0$, pentru orice numere reale a și b.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 9

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{81}-\sqrt{196}+\left(3\sqrt{2}\right)^2:\sqrt{9}=9-14+18:3=$	**3p**
	$=-5+6=1$	**2p**
2.	$f\left(x\right)=g\left(x\right)\Leftrightarrow x-2=x^2+5x+2\Leftrightarrow x^2+4x+4=0$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f și g sunt $x=-2$ și $y=f\left(-2\right)=-4$	**2p**
3.	$\sqrt{12-x}=\sqrt{3x}\Rightarrow 12-x=3x$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	După prima scumpire, prețul produsului este $400+\frac{20}{100}\cdot 400=480$ de lei	**3p**
	După a doua scumpire, prețul produsului este $480+\frac{15}{100}\cdot 480=552$ de lei	**2p**
5.	$m_{OA}=3$	**2p**
	$m_d=3$, deci $m_{OA}=m_d$, de unde rezultă că dreapta OA este paralelă cu dreapta d	**3p**
6.	$\frac{AC}{\sin B}=\frac{BC}{\sin A}\Leftrightarrow\frac{AC}{\frac{1}{4}}=\frac{8}{\frac{1}{3}}$	**3p**
	$\frac{1}{3}\cdot AC=8\cdot\frac{1}{4}$, deci $AC=6$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1*2=6\cdot 1+6\cdot 2-3\cdot 1\cdot 2-10=$	**3p**
	$=12-10=2$	**2p**
2.	$x*y=2-3xy+6x+6y-12=2-3\left(xy-2x-2y+4\right)=$	**3p**
	$=2-3\left(x\left(y-2\right)-2\left(y-2\right)\right)=2-3\left(x-2\right)\left(y-2\right)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
3.	$x*\frac{5}{3}=2-3\left(x-2\right)\left(\frac{5}{3}-2\right)=2-3\left(x-2\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=2+x-2=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{5}{3}*x=2-3\left(\frac{5}{3}-2\right)\left(x-2\right)=2-3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\left(x-2\right)=2+x-2=x$, pentru orice număr real x, deci $e=\frac{5}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$N=5*n=20-9n$, pentru orice număr natural n	**2p**
	Pentru orice număr natural n, numărul $20-9n$ este întreg și, cum N este număr natural, rezultă că $20-9n\geq 0$, deci $n\leq\frac{20}{9}$, de unde obținem $n=0$ sau $n=1$ sau $n=2$	**3p**
5.	$x*2=2$, $2*y=2$, pentru orice numere reale x și y	**2p**

	$((-10)*(-9)*(-8)*\ldots*0*1)*2*3*\ldots*10=2*(3*\ldots*10)=2$	**3p**
6.	$\frac{1}{x}*\left(x^2+2\right)=6x^2-3x+2$, pentru orice număr real nenul x	**2p**
	$6x^2-3x+2=5 \Leftrightarrow 2x^2-x-1=0$, de unde obținem $x=-\frac{1}{2}$ sau $x=1$, care convin	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$M(1)=\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(1))=\begin{vmatrix}1&1\\1&2\end{vmatrix}=1\cdot 2-1\cdot 1=$	**3p**
	$=2-1=1$	**2p**
2.	$4M(2)-M(-1)=4\begin{pmatrix}2&1\\2&4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1&1\\-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&3\\9&18\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=3\begin{pmatrix}3&1\\3&6\end{pmatrix}=3M(3)$	**2p**
3.	$A\cdot A+7M(1)=\begin{pmatrix}17&-7\\-7&10\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}7&7\\7&14\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}24&0\\0&24\end{pmatrix}=24I_2$	**2p**
4.	$A-2I_2=\begin{pmatrix}2&-1\\-1&1\end{pmatrix}$, $(A-2I_2)M(1)=\begin{pmatrix}2\cdot 1+(-1)\cdot 1 & 2\cdot 1+(-1)\cdot 2\\(-1)\cdot 1+1\cdot 1 & (-1)\cdot 1+1\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=I_2$	**3p**
	$M(1)(A-2I_2)=I_2$, de unde rezultă că $A-2I_2$ este inversa matricei $M(1)$	**2p**
5.	$M(1)+M(2)+M(3)+\ldots+M(9)=\begin{pmatrix}45&9\\45&90\end{pmatrix}$, $aM(b)=\begin{pmatrix}ab&a\\ab&2ab\end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale	**3p**
	$\begin{pmatrix}45&9\\45&90\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ab&a\\ab&2ab\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=9$ și $b=5$	**2p**
6.	$M(a)\cdot M(b)-M(b)\cdot M(a)=\begin{pmatrix}ab+b&a+2b\\3ab&a+4ab\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}ba+a&b+2a\\3ba&b+4ba\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b-a&b-a\\0&a-b\end{pmatrix}$, pentru orice numere reale a și b	**3p**
	$\det(M(a)\cdot M(b)-M(b)\cdot M(a))=-(a-b)^2\le 0$, pentru orice numere reale a și b	**2p**