OPERAȚII CU NUMERE COMPLEXE SCRISE SUB FORMĂ ALGEBRICĂ

Găsiți $x, y \in \mathbb{R}$ dacă:

1) $x - 8i + (y-3)i = 4 + 5i$

2) $3x + ix - 2y - 8iy = -2 - 4i$

3) $y + (x+y)i = x + 1 + (2y-1)i$

Calculați a) $z_1 + z_2$ b) $z_2 - z_3$

c) $z_1 \cdot z_2$ d) $\frac{z_2}{z_3}$ e) $\frac{z_1 z_3}{z_2}$

f) z_3^2 g) $2z_1 - z_2 - z_3$ h) $\frac{z_2}{z_1 z_3}$

în fiecare din situațiile:

4) $z_1 = 2 + i$; $z_2 = 3 - 2i$; $z_3 = -1 + 2i$

5) $z_1 = -1 + 2i$; $z_2 = 2 + 3i$; $z_3 = 3 - 4i$

6) $z_1 = -2 + 3i$; $z_2 = 4 - 5i$; $z_3 = 2 - i$

7) $z_1 = 5 - 4i$; $z_2 = 3 + 2i$; $z_3 = 2 - 3i$

Calculați:

8) i^{3247}

9) i^{4581}

10) i^{2342}

11) $1 + i + i^2 + \dots + i^{2016}$

12) $1 + i^3 + i^6 + \dots + i^{2013}$

13) $1 + i^2 + i^4 + \dots + i^{2016}$

14) $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot \dots \cdot i^{2012}$

Calculați i^{3247}

$E_1)$

$$\left.\begin{array}{l} i^1 = i \\ i^2 = -1 \\ i^3 = -i \\ i^4 = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} i^{4n+1} = i \\ i^{4n+2} = -1 \\ i^{4n+3} = -i \\ i^{4n+4} = 1 \end{array}$$

$E_2)$

$$\begin{array}{l|l} 3247 & 4 \\ \hline \underline{32} & 811 \\ = = 4 & \\ \quad \underline{4} & \\ \quad = 7 & \\ \quad\ \ \underline{4} & \\ \quad\ \ 3 & \end{array}$$

$$\Rightarrow 3247 = 4 \cdot 811 + 3$$

$E_3)$ $i^{3247} = i^{4 \cdot 811 + 3} = -i$

Calculați:

$$1+i^3+i^6+\dots+i^{2013}$$

E1) Observăm că e sumă de progresie geometrică cu $b_1=1$; $q=i^3$

E2) Pentru a găsi câți termeni sunt

$$2013:3=671$$
$$\begin{array}{l} 18 \\ \hline =21 \\ \ \ 21 \\ \hline ==3 \\ \quad\ 3 \\ \hline \end{array}$$

E3) $S=1+i^3+i^6+\dots+i^{2013}$ are 672

că $S=1+\underbrace{i^{3\cdot1}+i^{3\cdot2}+\dots+i^{3\cdot671}}_{671}$

E4) $S=\dfrac{b_1(q^n-1)}{q-1}=\dfrac{1((i^3)^{672}-1)}{i^3-1}=$

$=\dfrac{i^{2016}-1}{-i-1}$

E5) $i^{2016}=?$ $\quad 2016:4=504$
$$\begin{array}{l} 20 \\ \hline ==16 \end{array}$$

$\Rightarrow i^{2016}=(i^4)^{504}=1^{504}=1 \Rightarrow S=\dfrac{1-1}{-i-1}=0$

Calculați:

$$i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot \ldots \cdot i^{2012}$$

E1) $N = i^{1+2+3+\ldots+2012}$

E2) folosim: $1+2+\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

E3) $N = i^{\frac{2012 \cdot 2013}{2}} = i^{1006 \cdot 2013} =$

$$= \left(i^{1006}\right)^{2013}$$

E4) $i^4 = 1$,

$$\begin{array}{l|l} 1006 & 4 \\ \underline{8} & 251 \\ 20 & \\ \underline{20} & \\ ==6 & \\ \underline{4} & \\ 2 & \end{array} \Rightarrow 1006 = 4 \cdot 251 + 2$$

E5) $N = \left(i^{4 \cdot 251 + 2}\right)^{2013} = \left(i^2\right)^{2013} =$

$$= (-1)^{2013} = -1$$