

EXPRIMAREA UNUI LOGARITM ÎN FUNCȚIE DE ALT LOGARITM

Exprimați în funcție de
 a , în funcție de b sau în
funcție de a și b :

1) $\log_3 18 = ?$ dacă $\log_3 12 = a$

2) $\lg 25 = ?$ dacă $\lg 2 = a$

3) $\log_{16} 24 = ?$ dacă $\log_3 12 = a$

4) $\log_{12} 60 = ?$ dacă $\log_2 30 = a, \log_3 45 = b$

5) $\log_{108} 3 = ?$ dacă $\log_{48} 2 = a$

6) $\log_5 10 = ?$ dacă $\log_5 2 = a$

7) $\log_6 7 = ?$ dacă $\log_6 42 = a$

8) $\log_3 20 = ?$ dacă $\log_3 2 = a, \log_3 5 = b$

9) $\log_2 \frac{1}{42} = ?$ dacă $\log_{\frac{1}{2}} 7 = a, \log_{\frac{1}{2}} 3 = b$

10) $\log_4 12 = ?$ dacă $\lg 2 = a, \lg 3 = b$

11) $\log_3 50 = ?$ dacă $\log_3 2 = a, \log_3 5 = b$

12) $\log_2 147 = ?$ dacă $\log_2 7 = a, \log_2 3 = b$

13) $\log_8 75 = ?$ dacă $\log_2 5 = a, \log_3 2 = b$

14) $\log_{15} 12 = ?$ dacă $\log_5 2 = a, \log_2 3 = b$

15) $\log_6 18 = ?$ dacă $\log_2 5 = a, \lg 3 = b$

Exprimați în funcție de $a = \log_3 12$ numărul $\log_3 18$

$$E_1) a = \log_3 12 = \log_3 (2^2 \cdot 3) = 2 \log_3 2 + 1$$

$$E_2) x = \log_3 18 = \log_3 (2 \cdot 3^2) = \log_3 2 + \log_3 3^2 \Rightarrow$$

$$x = \log_3 2 + 2$$

$$E_3) a = 2 \log_3 2 + 1 \Rightarrow \log_3 2 = \frac{a-1}{2}$$

$$E_4) x = \frac{a-1}{2} + 2 = \frac{a-1+4}{2} = \frac{a+3}{2}$$

Exprimați pe $\log_{12} 60$ în funcție de a și b 4
unde $a = \log_2 80$ și $b = \log_3 45$

$$E_1) N = \log_{12} 60 = \log_{12} (12 \cdot 5) = 1 + \log_{12} 5 = 1 + \frac{1}{\log_5 12}$$

$$N = 1 + \frac{1}{\log_5 (2^2 \cdot 3)} = 1 + \frac{1}{2 \log_5 2 + \log_5 3}$$

$$E_2) a = \log_2 80 = \log_2 (16 \cdot 5) = \log_2 16 + \log_2 5 = 4 + \log_2 5$$

$$\Rightarrow \log_2 5 = a - 4 \Rightarrow \log_5 2 = \frac{1}{a - 4}$$

$$E_3) b = \log_3 45 = \log_3 (9 \cdot 5) = \log_3 9 + \log_3 5 = 2 + \log_3 5$$

$$\Rightarrow \log_3 5 = b - 2 \Rightarrow \log_5 3 = \frac{1}{b - 2}$$

$$E_4) N = 1 + \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{a-4} + \frac{1}{b-2}} = 1 + \frac{1}{\frac{2(b-2) + (a-4)}{(a-4)(b-2)}}$$

$$\Rightarrow N = 1 + \frac{(a-4)(b-2)}{a+2b-8}$$

Dacă $x = \log_{108} 3$, se cere y în funcție de x dacă $y = \log_{48} 2$

E₁) la fiecare din logaritmi, trebuie să aducem atât baza cât și argumentul la cea mai simplă formă

$$E_2) x = \log_{108} 3 = \frac{1}{\log_3 108} = \frac{1}{\log_3 (2^2 \cdot 3^3)} =$$

$$\begin{array}{r|l} 108 & 3 \\ 36 & 3 \\ 12 & 3 \\ 4 & 2^2 \\ 1 & \end{array}$$

$$= \frac{1}{\log_3 2^2 + \log_3 3^3} = \frac{1}{2 \log_3 2 + 3}$$

$$E_3) y = \log_{48} 2 = \frac{1}{\log_2 48} = \frac{1}{\log_2 (2^4 \cdot 3)} = \frac{1}{\log_2 2^4 + \log_2 3}$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$= \frac{1}{4 \log_2 2 + \log_2 3} = \frac{1}{4 + \log_2 3}$$

E₄) Pt a găsi y trebuie găsit $\log_2 3$ care îl găsim din x astfel: $x = \frac{1}{2 \log_3 2 + 3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2 \log_3 2 + 3 = \frac{1}{x} \Rightarrow 2 \log_3 2 = \frac{1}{x} - 3$$

$$2 \log_3 2 = \frac{1-3x}{x} \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1-3x}{2x} \Rightarrow \left[\log_2 3 = \frac{2x}{1-3x} \right]$$

$$E_5) \text{ în relația } y = \frac{1}{4 + \log_2 3} = \frac{1}{4 + \frac{2x}{1-3x}} = \frac{1-3x}{4-12x+2x}$$

$$\underline{1-3x}$$

Exprimati pe $\log_6 7$ dacă $\log_6 42 = a$ +

$$E_1) a = \log_6 (6 \cdot 7) = 1 + \log_6 7$$

$$E_2) x = \log_6 7 = a - 1$$

Prof. Ovidiu Bădescu

Exprimati în funcție a și b pe $\log_2 \frac{1}{42}$ ⁹⁾
dacă $\log_{\frac{1}{2}} 7 = a$ și $\log_{\frac{1}{2}} 3 = b$

$$E_1) x = \log_2 \frac{1}{42} = \log_2 42^{-1} = -\log_2 42 =$$

$$= -\log_2 (2 \cdot 3 \cdot 7) = -(1 + \log_2 3 + \log_2 7)$$

$$E_2) a = \log_{\frac{1}{2}} 7 = \log_{2^{-1}} 7 = \frac{1}{-1} \log_2 7$$

$$\Rightarrow a = -\log_2 7 \Rightarrow \boxed{\log_2 7 = -a}$$

$$E_3) b = \log_{\frac{1}{2}} 3 = \log_{2^{-1}} 3 = \frac{1}{-1} \log_2 3$$

$$\Rightarrow b = -\log_2 3 \Rightarrow \boxed{\log_2 3 = -b}$$

$$E_4) x = -(1 - b - a) = -1 + a + b$$

Calculați în funcție de a și b pe $\log_4 12$ dacă

$$\lg 2 = a \text{ și } \lg 3 = b$$

$$E_1) x = \log_4 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 4} = \frac{\log_2 (2^2 \cdot 3)}{2} = \frac{2 + \log_2 3}{2}$$

$$E_2) a = \lg 2 = \log_{10} 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 10} = \frac{1}{1 + \log_2 5}$$

$$\Rightarrow a + a \log_2 5 = 1 \Rightarrow \boxed{\log_2 5 = \frac{1-a}{a}} \quad (1)$$

$$b = \lg 3 = \log_{10} 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 10} = \frac{\log_2 3}{1 + \log_2 5}$$

$$\Rightarrow b + b \log_2 5 = \log_2 3 \text{ și, folosind (1)}$$

$$\Rightarrow b + b \cdot \frac{1-a}{a} = \log_2 3 \Rightarrow \log_2 3 = \frac{ab + b - ab}{a}$$

$$\Rightarrow \log_2 3 = \frac{b}{a}$$

$$E_3) x = \frac{2 + \log_2 3}{2} = 1 + \frac{1}{2} \log_2 3 = 1 + \frac{b}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2a + b}{2a}$$