# DISCUȚIA NUMĂRULUI DE RĂDĂCINI PENTRU ECUAȚIA $f(x)=m$

Discutați atât grafic cât și prin șirul lui Rolle nr. de rădăcini reale pt $f(x)=m$ în fiecare din cazurile următoare:

1) $x^3+3x^2-m=0$
2) $x^3+6x^2+9x+m=0$
3) $x^3+3x^2+2m+1=0$
4) $3x^4-8x^3-6x^2+24x-m=0$
5) $x^4-4x^3-2x^2+12x+m=0$
6) $x^2-2\ln x+m=0$
7) $x^3+3x^2-mx+5=0$
8) $x^3\ln x-x+m=0$
9) $2x^3-9x^2+12x+m=0$
10) $x^4-6x^2+mx+24=0$
11) $x^3-6x^2+9x-m=0$
12) $x^3+3x^2-mx+5=0$

Discutați atât grafic cât și cu șirul lui Rolle nr. de rădăcini reale ale ecuației $x^3+3x^2-m=0$

met I: grafic

E1) ec devine $x^3+3x^2=m \Rightarrow$

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x^2$

E2) $f'(x)=3x^2+6x$, $f'(x)=0$

$\Rightarrow 3x(x+2)=0 \Rightarrow x_1=0,\ x_2=-2$

E3)

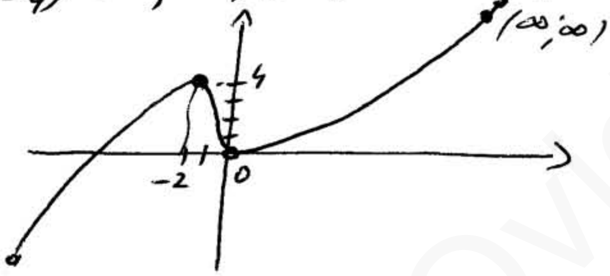
| $x$ | | $-2$ | | $0$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | $+\ +$ | $0$ | $-\ -\ -$ | $0$ | $+\ +$ |
| $f$ | $-\infty \nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow \infty$ |

$\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3+3x^2)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3\left(1+\frac{3}{x}\right)=-\infty$

$f(-2)=-8+3\cdot4=4$, $f(0)=0$

$\lim\limits_{x\to\infty}(x^3+3x^2)=\lim\limits_{x\to\infty}x^3\left(1+\frac{3}{x}\right)=\infty$

E4) Schițat, graficul lui $f$ are forma:




$(-\infty;-\infty)$

E5) $m\in(-\infty;0) \Rightarrow x_1\in(-\infty;-2)$

$m=0 \Rightarrow x_1\in(-\infty;-2),\ x_2=0$

$m\in(0;4) \Rightarrow x_1\in(-\infty;-2),\ x_2\in(-2;0),\ x_3\in(0;\infty)$

$m=4 \Rightarrow x_1=-2,\ x_2\in(0;\infty)$

$m\in(4;\infty) \Rightarrow x_1\in(0;\infty)$

E6) deoarece $f$ este polinom, s-ar putea ca $x_1=-2$ și $x_2=0$ să fie rădăcini multiple în $m=0$ respectiv $m=4$

$m=0 \Rightarrow$ ec: $x^3+3x^2=0$ și

$f(0)=0$, $f'(0)=0$, $f''(x)=6x+6$, $f''(0)\neq0$

$\Rightarrow x_1=0$ răd de ordin II

$m=4 \Rightarrow$ ec $x^3+3x^2-4=0$ și se arată ... răd de ordin II

met II: șirul lui Rolle

E1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x^2-m$

E2) $f'(x)=3x^2+6x$, $f'(x)=0 \Rightarrow x_1=0,\ x_2=-2$

E3)

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $0$ | $0$ | |
| $f$ | $-\infty$ | $4-m$ | $-m$ | $\infty$ |

E4)

| $m$ | | $0$ | | $4$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $-\infty$ | $-\ -\ -$ | | $-\ -$ | | $-\ -$ |
| $4-m$ | $+\ +\ +$ | | $+$ | $0$ | $-\ -\ -$ |
| $-m$ | $+\ +\ +$ | $0$ | $-\ -$ | | $-\ -\ -$ |
| $\infty$ | $+\ +\ +$ | | $+\ +$ | | $+\ +$ |

E5)

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $\infty$ | DISCUȚIE |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-\infty$ | $4-m$ | $-m$ | $\infty$ | |
| $m\in(-\infty;0)$ | $-$ | $+$ | $+$ | $+$ | $x_1\in(-\infty;-2)$ |
| $m=0$ | $-$ | $+$ | $0$ | $+$ | $x_1\in(-\infty;-2),\ x_2=0$ |
| $m\in(0;4)$ | $-$ | $+$ | $-$ | $+$ | $x_1\in(-\infty;0),\ x_2\in(-2;0),\ x_3\in(0;\infty)$ |
| $m=4$ | $-$ | $0$ | $-$ | $+$ | $x_1=-2,\ x_2\in(0;\infty)$ |
| $m\in(4;\infty)$ | $-$ | $-$ | $-$ | $+$ | $x_1\in(0;\infty)$ |

E6) deoarece $f$ este polinom și pt $m=0$, $f'(0)=0$ studiem ordinul răd pt $x_1=0$. Cum $f''(x)=6x+6$, $f''(0)\neq0$

$\Rightarrow x_1=0$ răd mult de ordin II

deoarece $f$ este polinom și pt $m=4$, $f'(-2)=0$ studiem ordinul pt $x_2=-2$. Cum $f''(x)=6x+6$, $f''(-2)\neq0$

$\Rightarrow x_2=0$ răd multiplă de ordin II