

PUNCTE LINGHILARE ȘI DE ÎNDRĂCIRE

Studiați dacă funcțiile următoare au puncte de sau de ∞

$$1) f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ 2x, & x < 0 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ -\frac{e^x}{2} + \frac{1}{2}, & x > 0 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \sqrt[3]{x+2}$$

$$4) f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x}, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$5) f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$$

$$6) f(x) = |x^2 - 9|$$

$$7) f(x) = \sqrt{|x-1|}$$

$$8) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$9) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x}, & x < 1 \\ \frac{1}{x^2-1}, & x > 1 \\ x, & x = 1 \end{cases}$$

$$10) f(x) = \sqrt{x+1}, \quad x_0 = 3$$

Stabilitate dacă f are puncte \notin sau de \mathcal{G}^1

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ 2x, & x < 0 \end{cases}$$

E₁) TEORIE:

$$x = \alpha \text{ pt } \notin \Leftrightarrow \begin{cases} f \text{ cont în } x = \alpha \\ f \text{ nu e deriv în } x = \alpha \\ \exists f'_{\Delta}(\alpha), \exists f'_{d}(\alpha) \text{ cel puțin una} \\ \text{finite} \end{cases}$$

$$x = \alpha \text{ pt } \mathcal{G} \Leftrightarrow \begin{cases} f \text{ cont în } x = \alpha \\ f \text{ nu e deriv în } x = \alpha \\ \exists f'_{\Delta}(\alpha), \exists f'_{d}(\alpha) \text{ cu } (f'_{\Delta}(\alpha) = -\infty, f'_{d}(\alpha) = \infty) \\ \text{sau } (f'_{\Delta}(\alpha) = \infty, f'_{d}(\alpha) = -\infty) \end{cases}$$

E₁) studiem în $x = 0$, f cont în $x = 0$ (?)

$$l_{\Delta}(0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} (2x) = 0$$

$$l_{d}(0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (1 + \sqrt{x}) = 1 \\ f(0) = 1$$

$\rightarrow x = 0$ f nu e
continuă

$\rightarrow f$ nu are pt \notin , nici pt \mathcal{G}

Stabilitate dacă funcție este și sau de 5

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$$

E1) f cont în $x=0$ (?)

$$\Leftrightarrow l_s(0) = l_d(0) = f(0)$$

$$l_s(0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} x^3 = 0$$

$$l_d(0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{x} = 0$$

$$f(0) = 0$$

$\left. \begin{array}{l} l_s(0) = 0 \\ l_d(0) = 0 \\ f(0) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f \text{ cont în } x=0$

$$E2) f'_s(0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{x^3 - 0}{x - 0} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} x^2 = 0$$

$$f'_d(0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\sqrt{x} - 0}{x - 0} =$$

$$= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\sqrt{x}}{x} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

E3) $f'_s(0) = 0, f'_d(0) = \infty \Rightarrow x=0$ not f
 f cont în $x=0$