

# ÎMPĂRTIREA POLINOAMELOR

Calculați câtul și restul  
lui  $f : g$  pentru fiecare  
din situațiile următoare:

$$1) f = 2x^4 + 5x^3 - 2x + 7 \\ g = x^2 + x - 2$$

$$2) f = 3x^4 - 2x^3 + x^2 + 5x - 1 \\ g = (x-1)^2$$

$$3) f = 4ix^3 + 2ix^2 + 3i - 1 \\ g = x^2 + ix + 2$$

$$4) f = \hat{3}x^5 + \hat{3}x^3 + \hat{3}x + \hat{4} \\ g = \hat{3}x^3 + \hat{3}x^2 + \hat{2}x + \hat{3} \quad \mathbb{Z}_5[x]$$

$$5) f = \hat{2}x^4 + \hat{4}x^2 + \hat{4}x + \hat{1} \\ g = \hat{3}x + \hat{2} \quad \mathbb{Z}_5[x]$$

$$6) f = \hat{2}x^5 + \hat{4}x^4 + \hat{2}x^3 - 5x + \hat{1} \\ g = \hat{3}x^2 + x + \hat{2} \quad \mathbb{Z}_7[x]$$

$$7) f = 3x^4 + 4x^3 + 2x - 1 \\ g = x^2 - 3x + 1$$

$$8) f = ix^3 + 2x + i \\ g = x^2 + 2x + i$$

$$9) f = x^4 + 2ix^3 + i + 2 \\ g = x^2 + i$$

$$10) f = 2x^3 + x^2 + 3x \\ g = x - 1$$

$$11) f = \hat{2}x^5 + \hat{4}x^3 + \hat{2}x^2 + \hat{3}x + \hat{5} \\ g = \hat{3}x + \hat{1}, \quad \mathbb{Z}_7[x]$$

Fie  $f = 2x^4 + 5x^3 - 2x + 7$ ,  $g = x^2 + x - 2$

Se cere câtul, restul  $f : g$

$$\begin{array}{r}
 \text{E1) } 2x^4 + 5x^3 - 2x + 7 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + x - 2 \\ \hline 2x^2 + 3x + 1 \end{array} \right. \\
 \underline{-2x^4 - 2x^3 + 4x^2} \phantom{-2x + 7} \\
 3x^3 + 4x^2 - 2x + 7 \\
 \underline{-3x^3 - 3x^2 + 6x} \\
 x^2 + 4x + 7 \\
 \underline{-x^2 - x + 2} \\
 3x + 9
 \end{array}$$

$\Rightarrow$  câtul  $C(x) = 2x^2 + 3x + 1$

restul  $R(x) = 3x + 9$

Obs.: ne oprim la împărțire dacă gradul restului este mai mic decât gradul împărțitorului (cel la care împart)

Fie  $f = 3x^4 - 2x^3 + x^2 + 5x - 1$ , se cere  
restul lui  $f \div (x-1)^2$

$$E_1) (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$E_2) \begin{array}{r} 3x^4 - 2x^3 + x^2 + 5x - 1 \\ -3x^4 + 6x^3 - 3x^2 \\ \hline 4x^3 - 2x^2 + 5x - 1 \\ -4x^3 + 8x^2 - 4x \\ \hline 6x^2 + x - 1 \\ -6x^2 + 12x - 6 \\ \hline 13x - 7 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x^2 - 2x + 1 \\ \hline 3x^2 + 4x + 6 \end{array} \right.$$

$$4x^3 - 2x^2 + 5x - 1$$

$$-4x^3 + 8x^2 - 4x$$

$$6x^2 + x - 1$$

$$-6x^2 + 12x - 6$$

$$13x - 7$$

$$E_3) C(x) = 3x^2 + 4x + 6$$

$$R(x) = 13x - 7$$

$$\text{Fie } f = 3x^5 + 3x^3 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_5[x]$$

$$g = 3x^3 + 3x^2 + 2x + 3 \in \mathbb{Z}_5[x]$$

Se cere rădăcina lui  $f \circ g$

$$\begin{array}{r} \hline E_1) \quad 3x^5 + 3x^3 + 3x + 4 \quad \Big| \quad \frac{3x^3 + 3x^2 + 2x + 3}{x^2} \\ \hline - 3x^5 - 3x^4 - 2x^3 - 3x^2 \\ \hline \backslash \quad -3x^4 + x^3 - 3x^2 + 3x + 4 \end{array}$$

E2) Fiind în  $\mathbb{Z}_5$ , nu lucrăm cu "-" și atunci

$$-3x^4 + x^3 - 3x^2 + 3x + 4 = 2x^4 + x^3 + 3x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{array}{r} E_3) \text{ Preluăm} \\ 3x^5 + 3x^3 + 3x + 4 \quad \Big| \quad \frac{3x^3 + 3x^2 + 2x + 3}{x^2 + 4x + 3} \\ \hline - 3x^5 - 3x^4 - 2x^3 - 3x^2 \end{array}$$

$$\backslash \quad -3x^4 + x^3 - 3x^2 + 3x + 4 \xrightarrow{\mathbb{Z}_5}$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x + 4 \\ - 2x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 2x \end{array}$$

$$\backslash \quad -x^3 - x^2 + x + 4 \xrightarrow{\mathbb{Z}_5}$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 + 4x^2 + x + 4 \\ - 4x^3 - 4x^2 - x - 4 \end{array}$$

$\Rightarrow$  restul = 0, rădăcina  $x^2 + 4x + 3$

Calculați câtul și restul  $f: g$  în  $\mathbb{Z}_5$   
 dacă  $f = 2x^4 + 4x^2 + 4x + 1$ ,  $g = 3x + 2$

$$E_1) 2x^4 + 4x^2 + 4x + 1 \mid \underline{3x + 2}$$

$E_2)$  pt a găsi cu ce număr înmulțim pe  $3x$  pt a obține  $2$ , facem din tablă linia lui  $3$

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|     | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
| $3$ | $0$ | $3$ | $1$ | $4$ | $2$ |

$$E_3) 2x^4 + 4x^2 + 4x + 1 \mid \underline{3x + 2}$$

$$-2x^4 - 3x^3$$


---


$$\begin{array}{r} \cancel{3x^3} + 4x^2 + 4x + 1 \\ 2x^3 + 4x^2 + 4x + 1 \\ -2x^3 - 3x^2 \\ \hline x^2 + 4x + 1 \\ -x^2 - 4x \\ \hline \phantom{x^2} + 1 \end{array}$$

$E_4)$  câtul  $C(x) = 4x^3 + 4x^2 + 2x$   
 restul  $R(x) = 1$

Calculati  $f \circ g$  unde

$$f = 2x^5 + 4x^4 + 2x^3 - 5x + 1$$

$$g = 3x^2 + x + 2 \quad \text{in } \mathbb{Z}_7$$

$$E_1) \begin{array}{r} 2x^5 + 4x^4 + 2x^3 - 5x + 1 \\ -2x^5 - 3x^4 - 6x^3 \\ \hline \end{array} \bigg/ \begin{array}{r} 3x^2 + x + 2 \\ 3x^3 + 5x^2 + 4x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 - 5x + 1 \\ -x^4 - 5x^3 - 3x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -9x^3 - 3x^2 - 5x + 1 \\ 5x^3 - 3x^2 - 5x + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5x^3 - 4x^2 - x \\ -7x^2 - 6x + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$0 + x + 1$$

$$\begin{array}{r} 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \\ 3 \mid 0 \ 3 \ 6 \ 2 \ 5 \ 1 \ 4 \end{array}$$

$$E_2) C(x) = 3x^3 + 5x^2 + 4x$$

$$R(x) = x + 1$$

Calculați  $f : g$  în  $\mathbb{Z}_7$  pentru

$$f = 2x^5 + 4x^3 + 2x^2 + 3x + 5$$

$$g = 3x + 1$$

$$E_1) \begin{array}{r} 2x^5 + 4x^3 + 2x^2 + 3x + 5 \\ \hline 3x + 1 \end{array} \left| \begin{array}{r} 3x + 1 \\ \hline 3x^4 + 6x^3 + 4x^2 + 4x + 2 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} -2x^5 - 3x^4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 3x + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 3x + 5 \\ -4x^4 - 6x^3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^3 + 2x^2 + 3x + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5x^3 + 2x^2 + 3x + 5 \\ -5x^3 - 4x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5x^2 + 3x + 5 \\ -5x^2 - 4x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x + 5 \\ -6x - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \\ \hline 3 \quad | \quad 3 \quad 6 \quad 2 \quad 5 \quad 1 \quad 4 \end{array}$$

câtul :  $3x^4 + 6x^3 + 4x^2 + 4x + 2$

restul :  $3$