RĂDĂCINI MULTIPLE

Găsiți ordinul de multiplicitate al rădăcinilor:

1) $\alpha=1$, $f=X^3-X^2-X+1$

2) $\alpha_1=1$, $\alpha_2=-2$, $\alpha_3=-1$ pentru $f=(X-1)^5(X+2)^3(X+1)$

3) $\alpha_1=1$, $\alpha_2=-1$ pentru $f=X^5+X^4-2X^3-2X^2+X+1$

4) $\alpha_1=2$, $\alpha_2=3$, $\alpha_3=-1$ pentru $f=(X-3)^4(X-2)^5(X-1)$

5) $\alpha_1=2$, $f=X^5-5X^4+7X^3-2X^2+4X-8$

Găsiți $a,b,c\in\mathbb{R}$ dacă

6) $f=X^4-5X^3+8X^2+aX+b$ are răd. dublă pe $\alpha=1$

7) $f=X^3-5X^2+aX+b$ are răd dublă pe $\alpha=2$

8) $f=X^4+aX^2+bX+c$ are răd triplă pe $\alpha=1$

Arătați că:

9) $\alpha=1$ e răd dublă pt. $f=X^{3n}-nX^{n+2}+nX^{n-1}-1$

10) $\alpha=1$ e răd dublă pt $f=X^{n+2}-2X^{n+1}+X^{n}+X^3-X^2-X+1$

Fie $f=(x-1)^5(x+2)^3(x+1)$

Găsiți ordinul rădăcinilor: $x_1=1$, $x_2=-2$

respectiv $x_3=-1$

$E_1)$ $x=\alpha$ răd multiplă de ordin k dacă

$f \vdots (x-\alpha)^k$ și $f \not\vdots (x-\alpha)^{k+1}$

$E_2)$ $x_1=1$ răd multiplă de ordin k dacă

$f \vdots (x-1)^k$ și $f \not\vdots (x-1)^{k+1}$

$E_3)$ Deoarece $(x-1)^5$ apare ca și factor

rezultă $\Rightarrow f \vdots (x-1)^5$ și $f \not\vdots (x-1)^6 \Rightarrow$ ordinul

pentru $x=1$ este 5

$E_6)$ Analog, $f \vdots (x+2)^3$ și $f \not\vdots (x+2)^4 \Rightarrow$

$x_2=-2$ răd multiplă de ordin 3

$E_7)$ Analog $f \vdots (x+1)$ și $f \not\vdots (x+1)^2 \Rightarrow$

$x_3=-1$ răd multiplă de ordinul 1