

CALCULUL PRIMITIVELOR NONSTANDARD

Calculati:

$$1) \int \frac{x + \sin x - \cos x - 1}{x + e^x + \sin x} dx$$

[P1] $a, b = ?$ dacă f are nunt \mathbb{R} ,

$$f(x) = \begin{cases} (a + e^x)e^{2x}, & x \leq 0 \\ b \ln(1+x), & x > 0 \end{cases}$$

Prof. Ovidiu Bădescu

Calcolati $\int \frac{x + \sin x - \cos x - 1}{x + e^x + \sin x} dx$

$$E_1) I = \int \frac{x + e^x + \sin x - e^x - \cos x - 1}{x + e^x + \sin x} dx =$$

$$= \int \frac{x + e^x + \sin x}{x + e^x + \sin x} dx - \int \frac{e^x + \cos x + 1}{x + e^x + \sin x} dx =$$

$$= x - \int \frac{(x + e^x + \sin x)'}{x + e^x + \sin x} dx =$$

$$= x - \ln|x + e^x + \sin x| + C$$

Găsiți $a, b \in \mathbb{R}$ dacă f admite primitiv pe \mathbb{R} ,

$$f(x) = \begin{cases} (a+x)e^x, & x \leq 0 \\ b \ln(1+x), & x > 0 \end{cases}$$

E_1) f cont pe $(-\infty; 0)$ și pe $(0; \infty)$

$$E_2) l_s(0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} (a+x)e^x = a$$

$$l_d(0) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} b \ln(1+x) \stackrel{b \cdot 0}{=} 0$$

$$f(0) = a e^0 = a$$

E_3) Dacă $l_s(0) \neq l_d(0) \Rightarrow$ f are disc. de I ~~și~~ \Rightarrow f nu admite primitiv, k.o., deci ar trebui ca

$$l_s(0) = l_d(0) = f(0) \Rightarrow \boxed{a=0} \text{ (cond NECESARĂ)}$$

$$E_4) a=0 \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x e^x, & x \leq 0 \\ b \ln(1+x), & x > 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow a=0, \forall b \in \mathbb{R}$ pt că în acest caz f este cont pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ admite primitiv pe \mathbb{R}