

PRIMITIVELE FUNCȚIILOR

FĂRĂ ACOLAȘĂ

Calculați:

1) o primitivă pt $f(x) = x^3 + 2x + 5$

cu $F(0) = 1$

2) mult. primitivă pt $f: [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 1 - \sqrt{x}$$

3) o primitivă pt $f(x) = 3x$

cu $F(0) = 1$

4) o primitivă pt $f(x) = x + \sin x$

5) două primitivă pt $f(x) = \cos x + 2$

6) 2 primitivă pt $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + \sqrt{x^3}$

7) o primitivă pt $f(x) = 2\sqrt[4]{x} + \frac{1}{x^2 + 9}$

8) o primitivă pt $f(x) = x^3 + 2x + 5$

cu $F(1) = \frac{5}{4}$

9) 3 primitivă pt $f(x) = 5\cos x - \frac{2}{x} + 3$

10) mult. primitivă pt $f(x) = \frac{3}{x^2 - 5} + \frac{4}{9 - x^2}$

Fi $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x + 5$, găsiți
o primitivă $F(x)$ cu $F(0) = 1$

$$E_1) F \text{ primitivă} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F(x) = \int (x^3 + 2x + 5) dx = \frac{x^4}{4} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 5x + C$$

$$E_2) F(x) = \frac{x^4}{4} + x^2 + 5x + C \quad \left. \vphantom{F(x)} \right\} \Rightarrow$$

$$\text{Dar, } F(0) = 1$$

$$\Rightarrow 0 + 0 + 0 + C = 1 \Rightarrow C = 1$$

$$E_3) F(x) = \frac{x^4}{4} + x^2 + 5x + 1$$

$$\text{Fie } f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - \sqrt{x}$$

Calculați mulțimea primitivelor lui f

E_1) primitivă \rightarrow nu am ce pute, am la sfârșit constanta

$$E_2) \int f(x) dx = \int (1 - \sqrt{x}) dx = \int 1 dx - \int \sqrt{x} dx$$

$$E_3) \int 1 dx = x + C$$

$$E_4) \int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C$$

$$= \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + C$$

$$E_5) \int f(x) dx = x + \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} + C$$

Grăbiți o primitivă pt $f(x) = 3x$ cu $F(0) = 1$

$$E_1) F \text{ primitivă pt } f \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx$$

$$E_2) F(x) = \int 3x dx = 3 \cdot \frac{x^2}{2} + C$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{3x^2}{2} + C$$

$$E_3) \text{ Dar, } F(0) = 1 \Rightarrow \frac{3 \cdot 0}{2} + C = 1 \Rightarrow C = 1$$

$$E_4) F(x) = \frac{3x^2}{2} + 1$$

Găsiți o primitivă F a funcției f cu proprietatea că $F(1) = \frac{5}{4}$ unde

$$f(x) = x^3 + 2x + 5$$

$$E_1) F(x) = \int (x^3 + 2x + 5) dx =$$

$$= \frac{x^4}{4} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 5x + C$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{x^4}{4} + x^2 + 5x + C$$

$$E_2) \text{ Dar, } F(1) = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + 1 + 5 + C = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow C = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} - 6$$

$$C = \frac{4}{4} - 6 = 1 - 6 = -5$$

$$E_3) F(x) = \frac{x^4}{4} + x^2 + 5x - 5$$