

INTEGRAREA DIN FUNCTIILE PERIODICE

Dacă f periodică de perioadă $T > 0$, atunci

$$\int_0^{nT} f(x) dx = n \int_0^T f(x) dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{dov: } I = \int_0^{nT} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx + \int_T^{2T} f(x) dx + \dots + \int_{(n-1)T}^{nT} f(x) dx$$

$$\text{Dar, } \int_T^{2T} f(x) dx \stackrel{u=x-T}{\substack{du=dx \\ \text{f periodic}}} \int_0^T f(u+T) du = \int_0^T f(u) du = \int_0^T f(x) dx, \text{ analog celelalte}$$

$$\text{Ex: Arătați că } \int_0^{2012\pi} \sin^n x dx = 1006 \int_0^{2\pi} \sin^n x dx$$

E₁) $\sin x$ are perioada $2\pi \Rightarrow$

$$E_2) I = \int_0^{2012\pi} \sin^n x dx = \int_0^{1006 \cdot 2\pi} \sin^n x dx = 1006 \int_0^{2\pi} \sin^n x dx$$