PROPRIETĂȚI ALE FUNCȚIILOR INTEGRABILE

1) Calculați $\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}\, dx$

2) Calculați $\int_{-1}^{1} x f(x)\, dx$ dacă

$f:[-1;1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{1-x^2}$

Calculați $\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}\,dx$

E1) Dacă avem $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx$ și dacă

f impară $\Rightarrow \int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$

E2) $f:[-\sqrt{5};\sqrt{5}]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{\sqrt{16-x^2}}$

D_f simetric

$f(-x)=-f(x)$ (?)

E3) $f(-x)=\frac{-x}{\sqrt{16-(-x)^2}}=\frac{-x}{\sqrt{16-x^2}}=-f(x)$

E4) f impară $\Rightarrow \int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} f(x)\,dx = 0$

Fie $f:[-1;1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{1-x^2}$.

Calculați $\int_{-1}^{1} x f(x)\,dx$

E1) $I=\int_{-1}^{1} x f(x)\,dx=\int_{-1}^{1} x\sqrt{1-x^2}\,dx$

E2) Fie $g:[-1;1]\to\mathbb{R}$ $g(x)=x\sqrt{1-x^2}$

$$\left.\begin{array}{l} D_g \text{ simetric} \\ g(-x)=(-x)\sqrt{1-(-x)^2}=-x\sqrt{1-x^2}=-g(x) \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$\Rightarrow g$ impară

E3) $I=0$ deoarece $\int_{-a}^{a} g(x)\,dx \xlongequal{g \text{ impară}} 0$