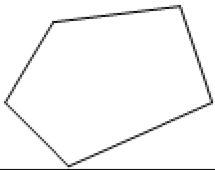
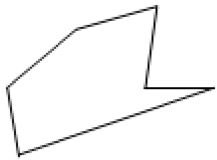
Capitolul XII
PATRULATERE

1) Poligon – este o linie frântă închisă.

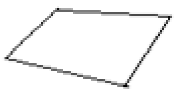
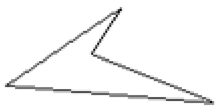
Poligon convex – are toate unghiurile în exteriorul celorlalte 	**Poligon concav** – are un unghi în interiorul altor unghiuri 

Obs.: suma unghiurilor unui poligon convex cu n laturi este:

$$S_n = (n-2)\cdot 180°$$

Obs.: **un poligoan este regulat** $\Leftrightarrow$ toate laturile sunt congruente şi toate unghiurile sunt congruente

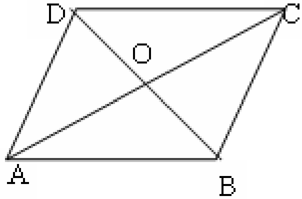
2) Patrulaterul – este un poligon cu patru laturi

Patrulater convex – are toate unghiurile în exteriorul celorlalte 	**Patrulater concav** – are un unghi în interiorul altor unghiuri 

Obs.: suma unghiurilor unui patrulater convex este: $360°$

3) Paralelogramul – este un patrulater convex cu laturile opuse paralele.

Obs.: $ABCD$ paralelogram atunci $[AB],[BC],[CD],[DA]$ sunt laturile paralelogramului A,B,C,D sunt vârfurile paralelogramului, iar $[AC],[BD]$ sunt diagonale



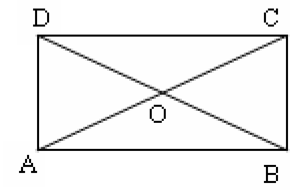
Următoarele afirmaţii sunt echivalente:

a) $ABCD$ este paralelogram
b) $AB \parallel DC, BC \parallel AD$ (adică laturile opuse sunt paralele)
c) $AB \parallel DC, AB \equiv DC$ sau $BC \parallel AD, BC \equiv AD$ (adică are o pereche de laturi opuse paralele şi congruente)
d) $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle C$ şi $\sphericalangle B \equiv \sphericalangle D$ (adică unghiurile opuse sunt congruente)
e) $AO \equiv CO$ şi $BO \equiv DO$ (adică diagonalele se înjumătăţesc)

Obs.2: Pentru a arăta că o figură geometrică este paralelogram, este suficient să arătăm oricare din relaţiile de mai sus.

4) Dreptunghiul – este paralelogramul cu un unghi drept.

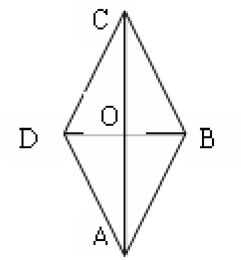
Obs.: $ABCD$ dreptunghi atunci $[AB],[BC],[CD],[DA]$ sunt laturile dreptunghiului, A,B,C,D sunt vârfurile dreptunghiului, iar $[AC],[BD]$ sunt diagonale



Următoarele afirmaţii sunt echivalente:
a) $ABCD$ este dreptunghi
b) $ABCD$ este paralelogram cu $m(\sphericalangle A) = 90°$ (adică este un paralelogram cu un unghi drept)
c) $ABCD$ este paralelogram cu $AC \equiv BD$ (adică este un paralelogram cu diagonalele congruente)
d) $ABCD$ este patrulater cu $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C) = 90°$ (adică este un patrulater cu trei unghiuri drepte)

5) Rombul – este paralelogramul cu două laturi alăturate congruente.

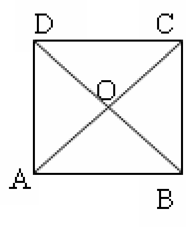
Următoarele afirmaţii sunt echivalente:
a) $ABCD$ este romb
b) $ABCD$ este paralelogram cu $AB \equiv BC$ (adică este un paralelogram cu două laturi alăturate congruente)
c) $ABCD$ este paralelogram cu $AC \perp BD$ (adică este un paralelogram cu diagonaleleperpendiculare)



d) $ABCD$ este paralelogram cu $\sphericalangle DAC \equiv \sphericalangle BAC$ (adică este un paralelogram cu una din diagonalele să fie bisectoare a unui unghi)
e) $ABCD$ este patrulater cu $AB \equiv BC \equiv CD \equiv DA$ (adică este un patrulater cu toate laturile congruente).

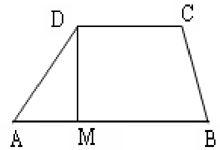
6) Pătratul – este un dreptunghi care are două laturi alăturate congruente

Următoarele afirmaţii sunt echivalente:
a) $ABCD$ este pătrat
b) $ABCD$ este dreptunghi cu $AB \equiv BC$ (adică este un dreptunghi cu două laturi alăturate congruente)
c) $ABCD$ este romb cu $m(\sphericalangle A) = 90°$ (adică este un romb cu un unghi drept)

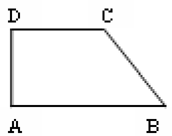


7) *Obs.:* Aşadar, pentru a arăta că $ABCD$ este pătrat, putem folosi orice metodă de a arăta că $ABCD$ dreptunghi şi că $ABCD$ romb. Putem folosi şi reciproc şi deci orice pătrat are toate proprietăţile dreptunghiului şi toate proprietăţile rombului.

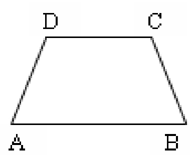
8) Trapezul – este patrulaterul care are două laturi paralele şi celelalte două neparalele.
Obs.: AB, CD sunt baze ale trapezului,
AB baza mare, CD iar baza mică.
DM este înălţimea trapezului



Trapezul dreptunghic – este trapezul la care una din laturile neparalele este perpendiculară pe cele două baze.



Trapezul isoscel – este trapezul care are laturile neparalele congruente
Obs.: următoarele afirmaţii sunt echivalente:



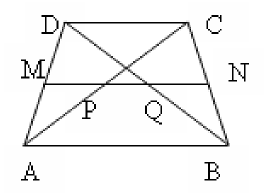
a)trapezul $ABCD$ este isoscel
b)trapezul $ABCD$ are $AD \equiv BC$

c)trapezul $ABCD$ are $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle B$ sau $\sphericalangle C \equiv \sphericalangle D$

d)trapezul $ABCD$ are $AC \equiv BD$

9) Linia mijlocie în trapez – segmentul de dreaptă ce uneşte mijloacele laturilor neparalele.

Obs.:următoarele afirmaţii sunt echivalente:



a) MN linie mijlocie

b) M –mijlocul lui AD, N mijlocul lui BC

c) M mijlocul lui AD şi $MN \parallel AB$

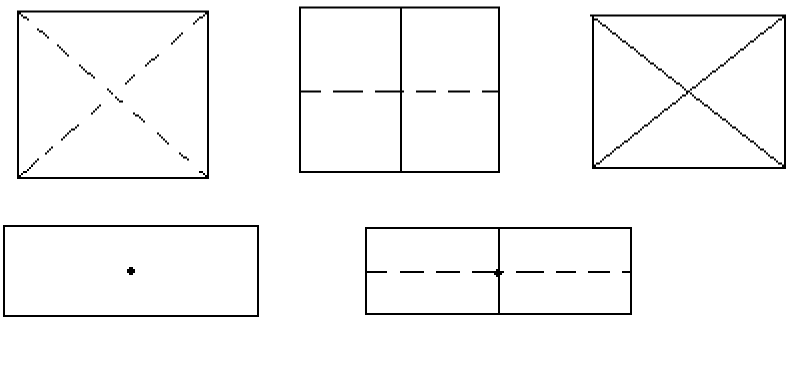
Proprietăţi:

a) Dacă MN este linie mijlocie în trapezul $ABCD \Rightarrow MN$ este paralelă cu bazele şi MN este egală cu suma bazelor, $MN = \dfrac{AB+CD}{2}$

b) Dacă MN este linie mijlocie în trapezul $ABCD$, segmentul determinat de diagonale pe linia mijlocie este egal cu semidiferenţa bazelor $PQ = \dfrac{AB-CD}{2}$

10) Axă de simetrie – figura să fie identică de-o parte și e alta a axei

Exp:



11) aria patrulaterului convex $ABCD$ este dată de suma a două arii de triunghiuri determinate de una din diagonale sau este dată de suma ariilor a patru triunghiuri determinate de cele două diagonale, adică: $A_{ABCD} = A_{ABC} + A_{ADC} = A_{AOB} + A_{BOC} + A_{COD} + A_{DOA}$

12) aria paralelogramului $ABCD$ este dată de produsul dintre o latură şi înălţimea corespunzătoare acelei laturi, sau de produsul a două laturi alăturate înmulţit cu sinusul unghiului dintre acele laturi, adică are formula: $A_{ABCD} = AB \cdot h_{AB} = AB \cdot BC \cdot \sin(\sphericalangle B)$

13) aria dreptunghiului $ABCD$ este dată de produsul dintre lungimea şi lăţimea dreptunghiului, adică are formula: $A_{ABCD} = AB \cdot BC$

14) aria rombului $ABCD$ este dată de produsul a două laturi alăturate înmulţit cu sinusul unghiului dintre acele laturi sau de semiprodusul diagonalelor, adică are formula:

$$A_{ABCD} = AB \cdot BC \cdot \sin(\sphericalangle B) = \frac{AC \cdot BD}{2} = baza \cdot înălţimea$$

15) aria pătratului $ABCD$ este dată de lungimea laturii ridicate la pătrat, $A_{ABCD} = l^2$ sau de pătratul diagonalei împărţit la 2, adică are formula: $A_{ABCD} = AB^2 = \frac{AC^2}{2}$

16) aria trapezului $ABCD$ este dată de suma bazelor înmulţită cu înălţimea, şi rezultatul împărţit la 2, $\left(A_{ABCD} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} \right)$ adică are formula: $A_{ABCD} = \frac{(AB+CD) \cdot h_{AB}}{2}$

17) Aria patrulaterelor cu diagonalele perpendiculare (inclusiv pătrat, romb) - este dată de semiprodusul diagonalelor $\Rightarrow A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$