Capitolul IX
FUNCȚII

1) Sistem de axe cartezian, reprezentarea punctelor în plan

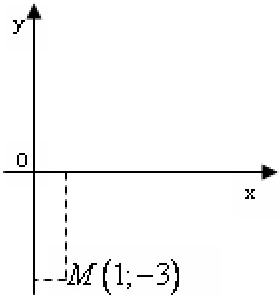
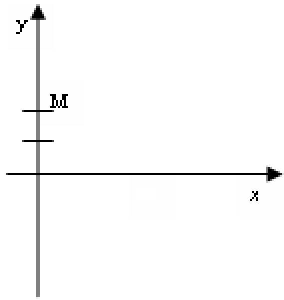
Sistem de axe cartezian - două axe de coordonate perpendiculare care se intersectează în O, numit originea sistemului

Obs.1: Ox se numeşte axa absciselor, iar Oy axa ordonatelor

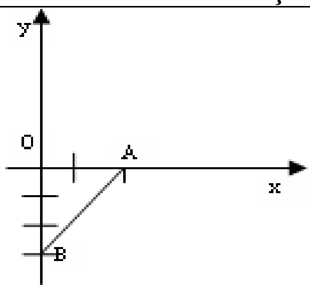
Obs.2: Reprezentarea unui punct într-un sistem de axe ortogonale se face prin ducerea paraleleor la cele două axe de coordonate, iar la intersecţia lor situăm punctul

Obs.3: Dacă $x_M = 0 \Rightarrow M \in Oy$, iar dacă $y_M = 0 \Rightarrow M \in Ox$

Exp.::

Reprezentaţi punctul $M(1;-3)$	Reprezentaţi punctul $M(0;2)$
	

2) Calcularea ariilor, perimetrelor unor figuri date prin puncte la care cunoaştem coordonatele

	Exp.: $A(2,0), B(0,-3)$. Se cere $A_{\Delta AOB}$, lungimea lui AB şi perimetrul ΔAOB $A = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$ AB se găseşte din teorema lui Pitagora $AB^2 = AO^2 + OB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{13}$ $P_{\Delta AOB} = OA + AB + BO = 2 + \sqrt{13} + 3$

3) Distanţa între punctele $M_1\ x_1, y_1$ şi $M_2\ x_2, y_2$ **(lungimea segmentului** M_1M_2**)** este

$$M_1M_2 = \sqrt{\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2}$$

Exp.: distanţa dintre punctele $A(9,-1)$ şi $B(-3,4)$ este

$AB = \sqrt{(-3-9)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$.

4) Noţiunea de funcţie-dacă printr-un procedeu oarecare facem ca unui element dintr-o mulţime A să îi corespundă un unic element dintr-o mulţime B spunem că avem o funcţie f definită pe mulţimea A cu valori în mulţimea B. Notăm acest lucru cu $f : A \to B$

Obs.: Mulţimea A se numeşte **domeniu de definiţie** al funcţiei f, iar B se numeşte **codomeniul(sau mulţimea de valori)** ale funcţiei f

5) Funcţie liniară $f : A \to B,\ f(x) = ax + b$

Funcţiile liniare sunt de două tipuri:

a) Funcţii de gradul I, $f : A \to B,\ f(x) = ax + b, a \neq 0$

b) Funcţie constantă $f : A \to B,\ f(x) = b,$ adică se obţine din funcţia liniară când $a = 0$

6) Funcţii definite pe mulţimi finite sau pe $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$

a)aflarea valorilor unei funcţii definite pe o mulţime de tipul $f : \{........\} \to \mathbb{R}$-se face prin calcularea valorilor funcţiei în toate numerele din domeniu

Exp: $f : \{1;2;3\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Calculaţi mulţimea valorilor funcţiei date.

Se calculează valorile funcţiei în toate punctele din domeniu

$x = 1 \Rightarrow f(1) = 1$, $x = 2 \Rightarrow f(2) = 3$, $x = 3 \Rightarrow f(3) = 5$, aşadar mulţimea valorilor funcţiei este $\{1;3;5\}$

b) reprezentarea grafică a acestor funcţii este formată din puncte care nu se unesc

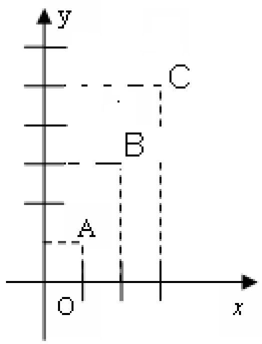
Exp: $f:\{1;2;3\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$

Se calculează valorile funcţiei în toate punctele din domeniu

$x=1\Rightarrow f(1)=1\Rightarrow A(1;1)\in G_f$

$x=2\Rightarrow f(2)=3\Rightarrow B(2;3)\in G_f$

$x=3\Rightarrow f(3)=5\Rightarrow C(3;5)\in G_f$



7) Trasarea graficului funcțiilor definite pe intervale sau pe $\mathbb{R}$

- se face prin determinarea a doar două puncte prin care trece graficul funcţiei date

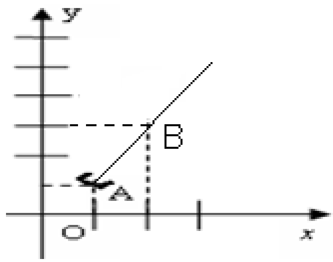
Obs.1: dacă domeniul funcţiei este interval avem grijă ca valorile lui x pe care le dăm să fie din domeniul funcţiei

$f:[1;\infty)\to R$

$f(x)=2x-1$

$x=1\Rightarrow f(1)=1\Rightarrow A(1;1)\in G_f$

$x=2\Rightarrow f(2)=3\Rightarrow B(2;3)\in G_f$



*Obs:2***:** Dacă domeniul funcţiei este $\mathbb{R}$ sau este un interval, atunci la trasarea graficului punctele se unesc si graficul conţine doar puncte care au abscisa în domeniul funcţiei f

Obs 4**:** Dacă este posibil, graficul se face prin intersecţia cu axele

$\cap Oy: x=0\Rightarrow f(0)=....$

$\cap Ox: y=0\Rightarrow f(x)=0\Rightarrow x=...$

Exp. :

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

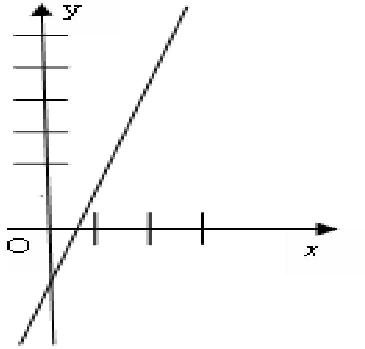
$f(x)=2x-1$

$\cap Oy: x=0\in D_f \Rightarrow f(0)=-1\Rightarrow$

$A(0;-1)\in G_f$

$\cap Ox: f(x)=0\Rightarrow 2x-1=0\Rightarrow$

$x=\dfrac{1}{2}\in D_f \Rightarrow B\left(\dfrac{1}{2};0\right)\in G_f$



Unim punctele astfel obţinute şi avem graficul funcţiei *f*

$f:[1;\infty)\to\mathbb{R}$

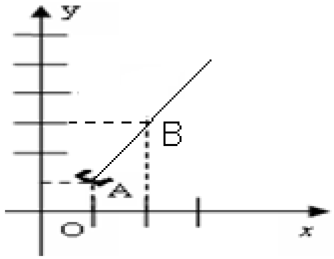
$f(x)=2x-1$

$x=0\notin D_f \Rightarrow$ nu pot calcula $f(0)$

Dăm aşadar două valori oarecare,

$x=1\Rightarrow f(1)=1\Rightarrow A(1;1)\in G_f$

$x=2\Rightarrow f(2)=3\Rightarrow B(2;3)\in G_f$



8) Determinarea intersecţiei cu axele a graficului unei funcţii: folosim faptul că punctele de pe axa absciselor au ordonata egală cu 0, iar cele de pe axa ordonatelor au abscisa egală cu 0. Astfel vom avea :

$\cap Oy: x=0\Rightarrow f(0)=....\Rightarrow A(0;...)$ este punctul de intersecţie cu axa ordonatelor, adică cu axa Oy

$\cap Ox: y=0\Rightarrow f(x)=0\Rightarrow x=...\Rightarrow B(...;0)$ este punctul de intersecţie cu axa absciselor, adică cu axa Ox

Obs: În multe exerciţii este folositor ca în loc de $f(x)$ să punem y

9) Determinarea unei funcţii $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b$ al cărei grafic conţine două puncte

E1) notăm funcţia cu $f(x)=ax+b$

E2) folosim faptul că $A(x,y)\in G_f \Leftrightarrow f(x)=y$ şi vom obţine un sistem de două ecuaţii cu două necunoscute

Exp. : $f(x)=?$ dacă graficul conţine $A(1;2)$ şi $B(2;-3)$

scriem $f(x)=ax+b \rightarrow$ forma generală

$A\in G_f \Rightarrow f(1)=2 \Rightarrow a+b=2$

$B\in G_f \Rightarrow f(2)=-3 \Rightarrow 2a+b=-3$

Vom obţine aşadar sistemul $\begin{cases} a+b=2 \\ 2a+b=-3 \end{cases}$, sistem care rezolvat va da soluţiile $a=-5; b=7$

Funcţia cerută va fi aşadar $f(x)=-5x+7$

10) Studierea coliniarităţii unor puncte - folosim faptul că graficul unei funcţii liniare este o dreaptă

E1)găsim funcţia al cărui grafic trece prin primele două din punctele date

E2)studiem dacă celelalte puncte aparţin acestui grafic,

- Dacă celelalte puncte aparţin acestui grafic $\Rightarrow$ punctele sunt coliniare
- Dacă celelalte puncte nu aparţin acestui grafic $\Rightarrow$ punctele sunt necoliniare

11) Determinarea punctului de intersecţie a graficului a două funcţii - se rezolvă ecuaţia $f(x)=g(x)$ şi determinăm abscisa punctului de intersecţie. Ordonata o determinăm prin înlocuirea valorii lui x găsită anterior în oricare din cele două funcţii(valoarea obţinută pentru ordonată trebuie să fie aceeaşi, indiferent în care funcţie înlocuim).

Exp.: Determinaţi punctul de intersecţie al graficelor funcţiilor $f,g:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}, f(x)=2x+1, g(x)=-x+4$

$f(x)=g(x) \Leftrightarrow 2x+1=-x+4 \Leftrightarrow 3x=3 \Leftrightarrow x=1$**.** Pentru a găsi ordonata, calculăm $f(1)=3 \Rightarrow A(1;3)\in G_f \cap G_g$

12)
13)
14)