EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2019 - 2020
Matematică

Model

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $18\cdot 10-10:2$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Dacă $\frac{x}{4}=\frac{x+2}{8}$, atunci numărul x este egal cu $\ldots$.

5p **3.** Cel mai mare număr impar din mulțimea $M=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,3\le x\le 8\right\}$ este egal cu $\ldots$.

5p **4.** Punctul M este mijlocul laturii BC a triunghiului ABC. Dacă aria triunghiului ABC este egală cu $36\,\text{cm}^2$, atunci aria triunghiului ABM este egală cu $\ldots\ \text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu latura bazei de $3\,\text{cm}$. Aria totală a acestui cub este egală cu $\ldots\ \text{cm}^2$.

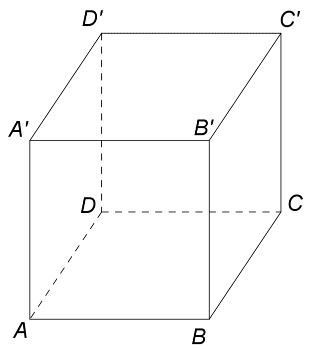

Figura 1

5p **6.** În tabelul următor sunt prezentate, pentru o pensiune, informații referitoare la numărul de camere și la numărul de paturi din fiecare tip de cameră.

Număr de camere	2	4	4	2
Număr de paturi în cameră	1	2	3	4

Conform tabelului, numărul total de paturi din această pensiune este egal cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Determinaţi numărul natural de două cifre care este de cinci ori mai mare decât suma cifrelor sale.

5p **3.** Un corp de mobilă este format din trei părți. Prima parte cântărește $5\,\text{kg}$, a doua parte cântărește cât prima parte și jumătate din a treia parte împreună, iar a treia parte cântărește cât prima și a doua parte împreună. Determinați cât cântărește în total corpul de mobilă.

4. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+m$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-2x+m$, unde m este număr real nenul.

5p **a)** Pentru $m=-3$, reprezentaţi grafic funcţia f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** În sistemul de coordonate xOy se consideră A și B, punctele de intersecție a graficului funcţiei f, respectiv a graficului funcţiei g, cu axa Ox și C punctul de intersecție a graficului funcţiei f cu graficul funcţiei g. Determinați numerele reale nenule m, știind că aria triunghiului ABC este egală cu 15.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{x^2-x-2}{(x-2)^2}-\frac{4}{x^2-4}-\frac{x^2+2x+1}{x^2+3x+2}\right):\frac{x}{(x-2)(x+2)}$, unde x este număr real, $x\ne -2$, $x\ne -1$, $x\ne 0$ şi $x\ne 2$. Arătaţi că $E(x)=4$, pentru orice x număr real, $x\ne -2$, $x\ne -1$, $x\ne 0$ şi $x\ne 2$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un cerc, de diametru $AB = 8\text{cm}$ și punctul T, situat pe cerc, diferit de punctele A și B. Punctul C este intersecția tangentei la cerc în punctul T cu tangenta la cerc în punctul A și punctul D este intersecția tangentei la cerc în punctul T cu tangenta la cerc în punctul B. Lungimea segmentului AC este de 2cm.

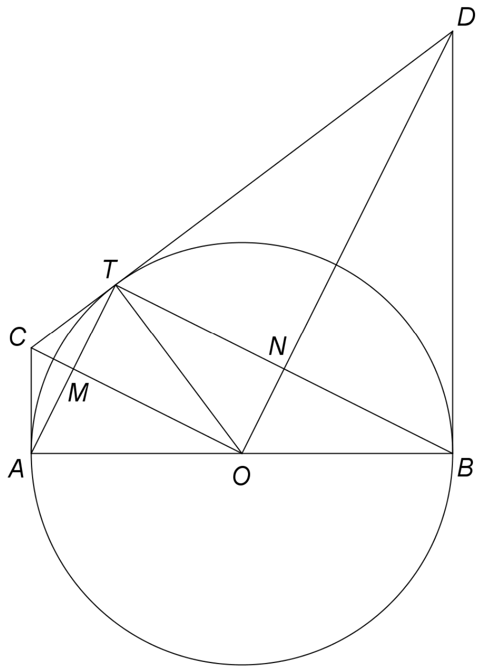

Figura 2

5p **a)** Arătați că lungimea cercului de diametru AB este egală cu $8\pi\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul ABD este isoscel.

5p **c)** Dreptele AT și OC se intersectează în punctul M și dreptele BT și OD se intersectează în punctul N. Demonstrați că aria patrulaterului $MONT$ este egală cu $6,4\text{cm}^2$.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată cu $VA = AB = 12\text{cm}$. Punctul M este situat pe muchia CV astfel încât suma $BM + DM$ are valoare minimă.

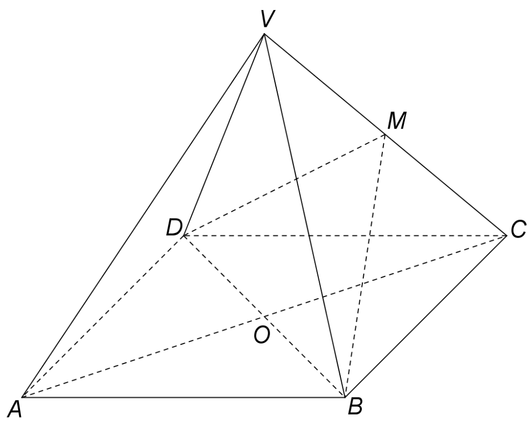

Figura 3

5p **a)** Arătați că aria laterală a piramidei $VABCD$ este egală cu $144\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta VA este paralelă cu planul (BMD).

5p **c)** Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (BMD) este egală cu 6cm.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2019 - 2020

Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	175	**5p**
2.	2	**5p**
3.	7	**5p**
4.	18	**5p**
5.	54	**5p**
6.	30	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic	**4p**
	Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$	**1p**
2.	$10a+b=5(a+b) \Leftrightarrow 5a=4b$, unde $\overline{ab}$ este numărul cerut	**2p**
	Cum a și b sunt cifre și $a\neq 0$, obținem $a=4$ și $b=5$, deci numărul cerut este 45	**3p**
3.	$x=5+\dfrac{y}{2}$ și $y=5+x$, unde x este masa celei de-a doua părți și y este masa celei de-a treia părți	**2p**
	$x=15\,\text{kg}$ și $y=20\,\text{kg}$, deci corpul de mobilă cântărește în total $5\,\text{kg}+15\,\text{kg}+20\,\text{kg}=40\,\text{kg}$	**3p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Trasarea graficului funcţiei f	**1p**
	b) $OA=\dfrac{\lvert m\rvert}{3}$, $OB=\dfrac{\lvert m\rvert}{2}$, $OC=\lvert m\rvert$ și $AB=AO+OB=\dfrac{5\lvert m\rvert}{6}$, deci aria triunghiului ABC este egală cu $\dfrac{5m^2}{12}$	**3p**
	$\dfrac{5m^2}{12}=15$, deci $m^2=36$, de unde obținem $m=-6$ sau $m=6$	**2p**
5.	$E(x)=\left(\dfrac{(x+1)(x-2)}{(x-2)^2}-\dfrac{4}{(x-2)(x+2)}-\dfrac{(x+1)^2}{(x+1)(x+2)}\right)\cdot\dfrac{(x-2)(x+2)}{x}=$	**2p**
	$=\left(\dfrac{x+1}{x-2}-\dfrac{4}{(x-2)(x+2)}-\dfrac{x+1}{x+2}\right)\cdot\dfrac{(x-2)(x+2)}{x}=\dfrac{x^2+3x+2-4-x^2+x+2}{(x-2)(x+2)}\cdot\dfrac{(x-2)(x+2)}{x}=$ $=\dfrac{4x}{x}=4$, pentru orice x număr real, $x\neq -2$, $x\neq -1$, $x\neq 0$ şi $x\neq 2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Lungimea cercului de diametru AB este egală cu $2\pi R =$	**3p**
	$= 2 \cdot \frac{AB}{2}\pi = 8\pi\,\text{cm}$	**2p**
	b) $TC = AC$ și $TD = BD$, deci $CD = BD + AC$	**2p**
	$CD^2 = CE^2 + DE^2$, unde $CE \perp BD$, $E \in BD$, deci $(BD + AC)^2 = 8^2 + (BD - AC)^2$ și, cum $AC = 2\,\text{cm}$, obținem $BD = 8\,\text{cm}$, deci $AB = BD \Rightarrow \Delta ABD$ este isoscel	**3p**
	c) AB diametru, deci $m(\sphericalangle ATB) = 90°$	**1p**
	$AC = TC, OA = OT \Rightarrow OC \perp AT$ și $TD = BD$, $OB = OT \Rightarrow OD \perp BT$, deci patrulaterul $MONT$ este dreptunghi	**2p**
	ΔTCO dreptunghic, $TM \perp CO$, $TC = 2\,\text{cm}$ și $OT = 4\,\text{cm} \Rightarrow OM = \frac{8}{\sqrt{5}}\,\text{cm}$ și $TM = \frac{4}{\sqrt{5}}\,\text{cm}$, deci $\mathcal{A}_{MONT} = TM \cdot OM = \frac{32}{5} = 6{,}4\,\text{cm}^2$	**2p**
2.	**a)** $\mathcal{A}_{\text{laterală}} = 4\mathcal{A}_{\Delta VAB} =$	**2p**
	$= 4 \cdot \frac{12 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 144\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p**
	b) $\Delta BCM \equiv \Delta DCM \Rightarrow BM = DM$, deci valoarea minimă a expresiei $BM + DM$ se obține dacă BM este minim și, cum ΔVBC este echilateral, obținem $BM \perp CV$, deci punctul M este mijlocul lui CV	**2p**
	OM este linie mijlocie în $\Delta ACV \Rightarrow OM \parallel VA$ și, cum $OM \subset (BMD)$, obținem $VA \parallel (BMD)$	**3p**
	c) $CV \perp BM$, $CV \perp DM$ și $BM \cap DM = \{M\} \Rightarrow CV \perp (BMD)$	**2p**
	$VA \parallel (BMD) \Rightarrow d(A,(BMD)) = d(V,(BMD)) = VM = 6\,\text{cm}$	**3p**