

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 11

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $2 \cdot 10 - 10 : (1 + 4)$  este egal cu ... .
- 5p 2. Dacă  $\frac{2a}{9} = \frac{4}{3b}$ , atunci numărul  $a \cdot b - 2$  este egal cu ... .
- 5p 3. Suma pătratelor numerelor întregi din intervalul  $[-1, 2)$  este egală cu ... .
- 5p 4. Pătratul  $ABCD$  are latura de 5 cm. Perimetrul acestui pătrat este egal cu ... cm .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentată o piramidă triunghiulară  $VABC$  cu înălțimea  $VO$ . Unghiul dreptelor  $VO$  și  $AB$  are măsura de ... ° .

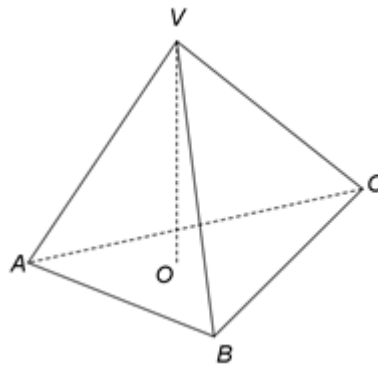
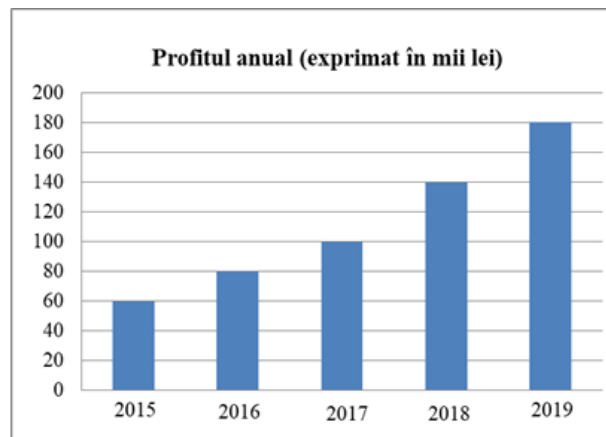


Figura 1

- 5p 6. În diagrama de mai jos este prezentat profitul anual, exprimat în mii lei, realizat de o firmă în fiecare dintre ultimii cinci ani.



Conform informațiilor din diagramă, media profitului firmei, pentru ultimii cinci ani, este egală cu ... mii lei .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un trapez isoscel  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$  .
- 5p 2. Determinați cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul natural  $N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ , știind că  $a, b$  și  $c$  sunt cifre distincte.
- 5p 3. Un turist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi turistul a parcurs 40% din lungimea traseului, în a doua zi turistul a parcurs  $\frac{5}{6}$  din distanța rămasă de parcurs după prima zi, iar în a treia zi restul de 3 km . Calculați lungimea traseului parcurs în cele trei zile.

4. Se consideră numerele reale  $a = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} + \frac{4}{\sqrt{48}} \right) : \frac{2}{3}$  și  $b = \frac{\sqrt{26^2 - 10^2}}{\sqrt{20^2 - 16^2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

5p a) Arătați că  $a = 2\sqrt{3}$ .

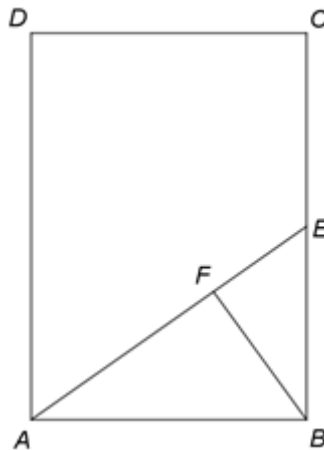
5p b) Calculați  $(a+b)|a-b|$ .

5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = x(3x-2)^2 - 2(x^2-2x)(3x-2) + x(x^2-4x+4)$ , unde  $x$  este număr real. Arătați că, pentru orice număr real  $a$ ,  $E(-a) + E(a) = 0$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 10\sqrt{2}$  cm,  $BC = 20$  cm. Se consideră punctul  $E$ , mijlocul laturii  $BC$  și punctul  $F$  situat pe segmentul  $AE$ , astfel încât  $BF \perp AE$ .



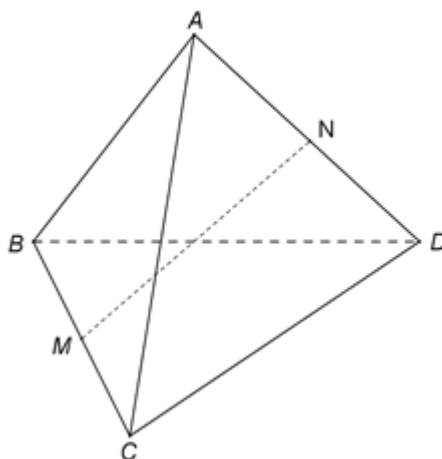
*Figura 2*

5p a) Arătați că aria dreptunghiului  $ABCD$  este egală cu  $200\sqrt{2}$  cm<sup>2</sup>.

5p b) Arătați că lungimea segmentului  $EF$  este egală cu  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$  cm.

5p c) Demonstrați că punctele  $B$ ,  $F$  și  $D$  sunt coliniare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un tetraedru  $ABCD$  cu  $AB = AC = AD = 10$  cm. Triunghiul  $BCD$  este echilateral, are perimetrul egal cu 30 cm, iar punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $BC$ , respectiv  $AD$ .



*Figura 3*

5p a) Arătați că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu 30 cm.

5p b) Demonstrați că, dacă  $P$  este mijlocul segmentului  $BD$ , atunci dreapta  $MP$  este paralelă cu planul  $(ACD)$ .

5p c) Demonstrați că unghiul dreptelor  $AB$  și  $MN$  are măsura egală cu  $45^\circ$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Test 11

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	18	5p
2.	4	5p
3.	2	5p
4.	20	5p
5.	90	5p
6.	112	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	Desenează trapezul isoscel Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$	4p 1p
2.	$N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 111(a + b + c)$ Cum $a$ , $b$ și $c$ sunt cifre distincte, cea mai mare valoare posibilă a sumei $a + b + c$ este 24, deci cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul natural $N$ este 2664	2p 3p
3.	$\frac{40}{100} \cdot x + \frac{5}{6} \left( x - \frac{40}{100} \cdot x \right) + 3 = x$ , unde $x$ este lungimea traseului parcurs în cele trei zile $x = 30$ km	3p 2p
4.	a) $a = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} + \frac{3}{3\sqrt{3}} + \frac{4}{4\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{3}{2} =$ $= 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{2} = 2\sqrt{3}$	3p 2p
	b) $b = \frac{\sqrt{24^2}}{\sqrt{12^2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{24}{12} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ $(a+b) a-b  = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}  = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 6$	3p 2p
5.	$E(x) = x(3x-2)^2 - 2x(x-2)(3x-2) + x(x-2)^2 = x((3x-2) - (x-2))^2 = 4x^3$ , pentru orice număr real $x$ $E(-a) + E(a) = 4(-a)^3 + 4a^3 = -4a^3 + 4a^3 = 0$ , pentru orice număr real $a$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC =$ $= 10\sqrt{2} \cdot 20 = 200\sqrt{2} \text{ cm}^2$	3p 2p
	b) $\triangle ABE$ este dreptunghic în $B$ , deci $AE^2 = AB^2 + BE^2 \Rightarrow AE = \sqrt{200 + 100} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$ $\triangle ABE$ este dreptunghic în $B$ și $BF \perp AE \Rightarrow BE^2 = EF \cdot AE$ , deci $EF = \frac{100}{10\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$	2p 3p

	<p>c) <math>AE</math> este mediană în <math>\triangle ABC</math> și, cum <math>F \in (AE)</math> astfel încât <math>EF = \frac{1}{3}AE</math>, obținem că punctul <math>F</math> este centrul de greutate al triunghiului <math>ABC</math></p> <p><math>BO</math> este mediană în triunghiul <math>ABC</math>, unde <math>\{O\} = AC \cap BD</math>, deci <math>F \in (BO)</math>, de unde obținem că punctele <math>B, F</math> și <math>D</math> sunt coliniare</p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>2.</b>	a) $3BC = 30\text{cm} \Rightarrow BC = 10\text{cm}$	<b>3p</b>
	$P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 30\text{cm}$	<b>2p</b>
	b) $M$ este mijlocul lui $BC$ și $P$ este mijlocul lui $BD$ , deci $MP$ este linie mijlocie în $\triangle BCD$ $MP \parallel CD$ și $CD \subset (ACD)$ , deci $MP \parallel (ACD)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
	c) $NP$ este linie mijlocie în $\triangle ABD$ , deci $NP \parallel AB \Rightarrow m(\sphericalangle(AB, MN)) = m(\sphericalangle(NP, MN))$ $AM, DM$ sunt înălțimi în triunghiurile echilaterale $ABC$ , respectiv $BCD$ și $BC = 10\text{cm}$ , deci $AM = DM = 5\sqrt{3}\text{cm}$ $MN$ este înălțime în triunghiul isoscel $AMD$ , deci $MN = \sqrt{DM^2 - DN^2} = 5\sqrt{2}\text{cm}$ și, cum $MP = NP = 5\text{cm}$ , avem $MN^2 = MP^2 + NP^2$ , adică $\triangle MNP$ este dreptunghic isoscel, de unde obținem $m(\sphericalangle MNP) = m(\sphericalangle(NP, MN)) = 45^\circ$	<b>2p</b> <b>1p</b> <b>2p</b>