EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 13

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $(2+3)\cdot 10-10:5$ este egal cu ... .

5p **2.** Dacă $\frac{x+2}{12}=\frac{7}{6}$, atunci x este egal cu ... .

5p **3.** Cel mai mare număr natural care aparţine intervalului $[-1,7)$ este ... .

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are latura de 5 cm. Diagonala acestui pătrat are lungimea egală cu ... cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Unghiul dreptelor AB și DG are măsura de $\ldots^\circ$.

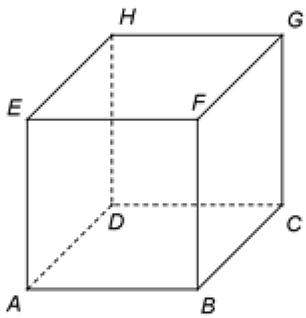
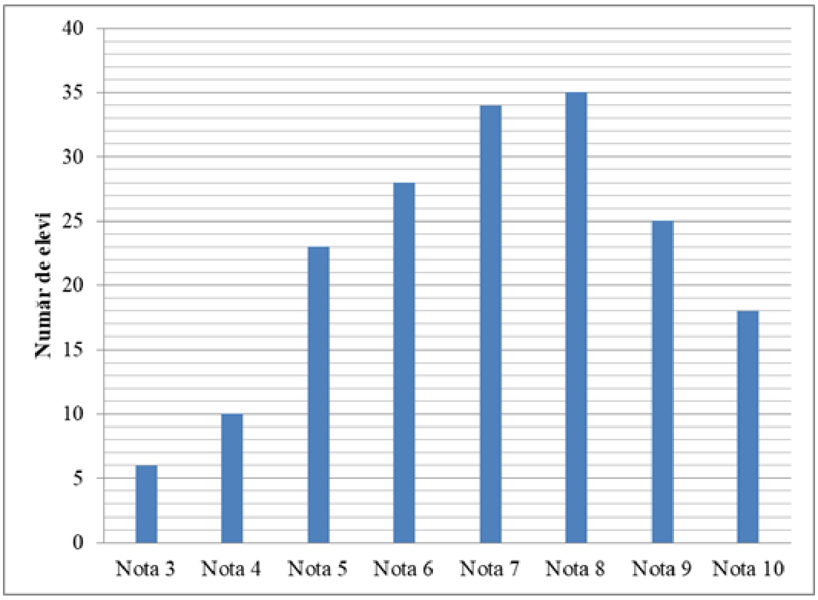


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos este prezentată repartiția notelor obţinute la un test inițial la matematică, de elevii claselor a VIII-a dintr-o școală.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor care au obținut nota 8 este mai mare decât numărul elevilor care au obținut nota 4 cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Determinați numerele prime a, b și c, știind că $a<b<c$ și $\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}=154$.

5p **3.** Preţul unui obiect este 360 de lei. După o ieftinire cu $p\%$ din preţul obiectului, urmată de o nouă ieftinire cu 25%, noul preț va fi 243 de lei. Determinați numărul p.

4. Se consideră numerele reale $x=2\sqrt{3}\left(\sqrt{75}-2\sqrt{108}+\sqrt{243}\right)$ și $y=\left(\frac{2}{5\sqrt{7}}+\frac{5}{2\sqrt{7}}\right)\cdot\sqrt{700}-\sqrt{(-2)^2}$.

5p **a)** Arătați că $x=12$.

5p **b)** Calculați diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor x și y.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)^2+x(x-15)-4(x-1)^2+1$, unde x este număr real. Calculați $N=a^2+b^2$, unde a și b, cu $a<b$, sunt numerele reale pentru care $E(x)=(x+a)(x+b)$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB=18$ cm și $m(\sphericalangle ABC)=60°$.

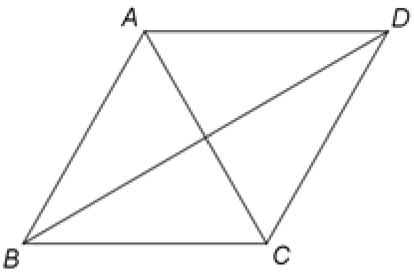


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul rombului $ABCD$ este egal cu 72 cm.

5p **b)** Arătați că lungimea diagonalei BD este egală cu $18\sqrt{3}$ cm.

5p **c)** Pe laturile AB, BC, CD și DA ale rombului $ABCD$ se consideră punctele M, N, P, respectiv Q, astfel încât $MN \parallel AC$ și $MNPQ$ este pătrat. Demonstrați că $\left(\sqrt{3}+1\right)MN=BD$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi dreptunghic ABC cu $AB\perp AC$, $AB=4\sqrt{10}$ cm, $AC=12\sqrt{10}$ cm și $PA\perp(ABC)$, $PA=12$ cm. Punctul D este proiecția punctului A pe dreapta BC.

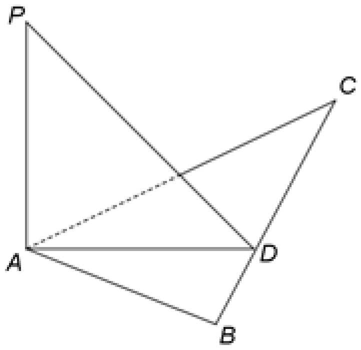


Figura 3

5p **a)** Arătați că $BC=40$ cm.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta PD și planul (ABC).

5p **c)** Demonstrați că numărul care reprezintă distanța, măsurată în centimetri, de la punctul A la planul (PBC) aparține mulțimii $I=(8,46;8,52)$. Se presupune cunoscut faptul că $1,41<\sqrt{2}<1,42$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 13

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	48	**5p**
2.	12	**5p**
3.	6	**5p**
4.	$5\sqrt{2}$	**5p**
5.	45	**5p**
6.	25	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic	**4p**
	Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$	**1p**
2.	$11(a+b+c)=154$, deci $a+b+c=14$, care este număr par, deci nu toate numerele a, b și c sunt impare	**2p**
	Cum $a<b<c$ și numerele a, b și c sunt prime, obținem că $a=2$, $b=5$ și $c=7$	**3p**
3.	$x-\frac{25}{100}\cdot x=243$, unde x este prețul obiectului după ieftinirea cu $p\%$, deci $x=324$	**2p**
	$360-\frac{p}{100}\cdot 360=324 \Rightarrow \frac{p}{100}\cdot 360=36$, deci $p=10$	**3p**
4.	**a)** $x=2\sqrt{3}\left(5\sqrt{3}-2\cdot 6\sqrt{3}+9\sqrt{3}\right)=$	**3p**
	$=2\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}=12$	**2p**
	b) $y=\frac{2\cdot 2+5\cdot 5}{10\sqrt{7}}\cdot 10\sqrt{7}-\lvert -2\rvert=29-2=27$	**2p**
	$m_a=\frac{x+y}{2}=\frac{12+27}{2}=19{,}5$ și $m_g=\sqrt{xy}=\sqrt{12\cdot 27}=18$, deci diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor x și y este egală cu $m_a-m_g=19{,}5-18=1{,}5$	**3p**
5.	$E(x)=4x^2+12x+9+x^2-15x-4\left(x^2-2x+1\right)+1=5x^2-3x+9-4x^2+8x-4+1=x^2+5x+6$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(x)=(x+2)(x+3)$, pentru orice număr real $x \Rightarrow a=2$ și $b=3$, deci $N=13$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $P_{ABCD}=4AB=$	**3p**
	$=4\cdot 18=72$ cm	**2p**
	b) $ABCD$ romb $\Rightarrow BO\perp AC$, unde $AC\cap BD=\{O\}$, deci BO este înălțime în triunghiul echilateral ABC, deci $BO=9\sqrt{3}$ cm	**3p**
	O este mijlocul segmentului $BD \Rightarrow BD=2BO=18\sqrt{3}$ cm	**2p**

	c) $MN \parallel AC \Rightarrow \Delta BMN \sim \Delta BAC \Rightarrow \frac{MN}{AC}=\frac{BM}{BA}$ și, cum $MNPQ$ pătrat și $AC \perp BD$, obținem $MQ \parallel BD$, deci $\Delta AMQ \sim \Delta ABD \Rightarrow \frac{MQ}{BD}=\frac{AM}{AB}$, de unde obținem $\frac{MN}{AC}+\frac{MQ}{BD}=\frac{AM}{AB}+\frac{BM}{BA}=1$	**3p**
	$\frac{MN}{18}+\frac{MN}{18\sqrt{3}}=1 \Rightarrow \left(\sqrt{3}+1\right)MN=18\sqrt{3}$ cm, deci $\left(\sqrt{3}+1\right)MN=BD$	**2p**
2.	**a)** ΔABC este dreptunghic în A, deci $BC^2=AB^2+AC^2=\left(4\sqrt{10}\right)^2+\left(12\sqrt{10}\right)^2$	**2p**
	$BC=\sqrt{160+1440}=\sqrt{1600}=40\,\text{cm}$	**3p**
	b) $PA \perp \left(ABC\right) \Rightarrow \sphericalangle\left(PD,\left(ABC\right)\right)=\sphericalangle\left(PD,AD\right)=\sphericalangle PDA$	**2p**
	ΔABC este dreptunghic în A și $AD \perp BC \Rightarrow AD=\frac{AB\cdot AC}{BC}=\frac{4\sqrt{10}\cdot 12\sqrt{10}}{40}=12\,\text{cm}$ și, cum $PA=12$ cm și $PA \perp AD$, obținem că ΔPAD este dreptunghic isoscel, deci $m\left(\sphericalangle PDA\right)=45^\circ$	**3p**
	c) $BC \perp PA$, $BC \perp AD$ și $PA \cap AD=\left\{A\right\} \Rightarrow BC \perp \left(PAD\right)$ și, cum $AM \subset \left(PAD\right)$, unde $M \in PD$ astfel încât $AM \perp PD$, obținem $BC \perp AM$	**2p**
	$AM \perp BC$, $AM \perp PD$ și $BC \cap PD=\left\{D\right\} \Rightarrow AM \perp \left(PBC\right)$, deci $d\left(A,\left(PBC\right)\right)=AM$	**1p**
	ΔPAD este dreptunghic isoscel cu $PA=12$ cm, deci $AM=6\sqrt{2}$ cm și, cum $1,41<\sqrt{2}<1,42$, obținem $8,46<AM<8,52$, deci distanța, măsurată în centimetri, de la punctul A la planul $\left(PBC\right)$ aparține mulțimii $I=\left(8,46;8,52\right)$	**2p**